

Universität St. Gallen
Hochschule für Wirtschafts-,
Rechts- und Sozialwissenschaften

Bachelorarbeit

Risikoprämien und Regime-Switching
- Eine empirische Untersuchung mit
Rückwärtsoptimierungen

Referent: Prof. Dr. Karl Frauendorfer
Institut für Operations Research und Computational Finance

vorgelegt von
Jan Martin Rous
Havik 3
47533 Kleve
Deutschland

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Abbildungsverzeichnis	4
Tabellenverzeichnis	4
1 Einleitung	5
1.1 Motivation	5
1.2 Forschungsfrage	6
1.3 Aufbau der Arbeit	7
2 Risikoprämienforschung im Überblick	8
2.1 Definition der Risikoprämie	8
2.2 Risikoprämienschätzungen mit historischen Daten	9
2.3 Risikoprämienschätzungen mit Fundamentalkennzahlen	10
2.4 Das Equity-Premium-Puzzle	14
2.5 Lösungsansätze für das Equity Premium Puzzle	17
2.5.1 Modifikation der Vergleichsrisikoprämie	17
2.5.2 Modifikation der Annahmen des Mehra/Prescott-Modells	18
2.6 Die Zukunft der Risikoprämien	22
3 Der Ansatz der impliziten Renditeerwartungen	24
3.1 Mean-Variance-Portfolioselektion und das CAPM	24
3.1.1 Nutzentheoretische Basis	27
3.1.2 Reales Investorenverhalten an den Finanzmärkten	29
3.1.3 Internationale Investitionen mit Währungsrisiken	30
3.2 Elemente der einfachen Rückwärtsoptimierung	31
3.2.1 Modell zur einfachen Rückwärtsoptimierung	31
3.2.2 Portfolio-Gewichte als Inputfaktoren	32
3.2.3 Adjustierung der Risikoaversion	35
3.2.4 Risiko und Korrelationen	36
4 Einführung von Regime-Switching	37
4.1 Theorie des Regime-Switching-Modells	37
4.2 Eigenschaften der geschätzten Regime	39

4.3	Modell zur Rückwärtsoptimierung mit Regimen	41
5	Empirische Risikoprämien mit Rückwärtsoptimierungen	44
5.1	Einfache Rückwärtsoptimierung	44
5.2	Rückwärtsoptimierung mit Regimen	46
5.3	Einordnung und Ausblick	50
6	Zusammenfassung	52
A	Daten	I
B	Literaturverzeichnis	VI

Abbildungsverzeichnis

3.1	Mean-Variance-Frontier mit und ohne riskoloser Anlage	26
4.1	Persistenz der Regime (p und q)	40
4.2	Aufenthaltswahrscheinlichkeit für Regime 1 ($P[s_t = 1 \Phi_{t-1}]$)	41
5.1	Implizite Risikoprämien bei verschiedenen Gewichtungsvektoren (fixe Risikoaversion, 1.Q. 05)	45
5.2	Implizite Risikoprämien in Regime 1 und 2 (fixe Risikoaversion)	47
5.3	Implizite Risikoprämien μ_{Reg} im Regime 1 und 2 (fixe Risikoaversion)	48
5.4	Entwicklung der impl. Risikoprämien bei Rückwärtsopt. mit Regimen (fixe Risikoaversion)	49
5.5	Dyn. Risikoaversion und Schweizer Credit Spreads (1.Q. 05 - 4.Q. 08)	50
A.1	Durchschnittliche Korrelationen und Renditestandardabweichungen	I
A.2	Ermittlung von w auf Basis von Marktkapitalisierungen	II
A.3	Ermittlung von w auf Basis von Cross Border Portfolio Investments	III
A.4	Ergebnisse der einfachen Rückwärtsoptimierung	IV
A.5	Ergebnisse der Rückwärtsoptimierung mit Regimen	V

Tabellenverzeichnis

2.1	Untersuchungen der Equity Risk Premium mit historischen Daten	10
2.2	Untersuchungen der Equity Risk Premium mit Fundamentalkennzahlen	13

1. Einleitung

Der Begriff Risikoprämie bezeichnet die Differenz zwischen der erwarteten, unsicheren Rendite einer Anlageklasse und dem sicheren Zinssatz. Über die herausragende Bedeutung der Aktienrisikoprämien in der Ökonomie schreiben Goetzmann und Ibbotson [23] im Vorwort zu ihrem Buch *The Equity Risk Premium*:

„In some sense, it is the fundamental question of the rewards to capitalism.“

Vor dem Hintergrund dieses Zitates ist es nicht verwunderlich, dass kaum ein anderes Forschungsgebiet in der Ökonomie und der Finanzmarkttheorie eine vergleichbare Menge an Forschung hervorgebracht hat wie die Untersuchung eben dieser Risikoprämien. In der vorliegenden Arbeit werden Risikoprämien in den Finanzmärkten mit Hilfe eines Modells zur Rückwärtsoptimierung untersucht, in dem Investoren verschiedene Regime an den Finanzmärkten bei Ihrer Anlageentscheidung berücksichtigen.

1.1. Motivation

Obwohl schon früh auf die langfristige Überrendite, die Aktienanlagen gegenüber dem sicheren Zinssatz erzielen, hingewiesen wurde (s. Siegel [49]), machte erst der im Jahr 1984 von Mehra und Prescott [42] veröffentlichte Artikel „The Equity Risk Premium: A Puzzle“ die Risikoprämie zum zentralen Forschungsgebiet. Mehra und Prescott stellen hier fest, dass die historische Aktienrisikoprämie im amerikanischen Markt unter der Annahme sinnvoller Parameter für Risikoaversion und eines mit empirischen Konsumdaten und Inflationsraten kalibrierten Modells signifikant zu hoch ist. Trotz unterschiedlichster Ansätze zur Auflösung des Problems fehlen allgemein anerkannte ökonomische Lösungen des „Equity Premium Puzzle“.

Vielmehr zeigt sich in der seit 2008 herrschenden Finanzkrise mit dramatischen Kursverlusten und ungesehenen Volatilitätsniveaus, wie wenig über die Herkunft und die Entwicklung von Risikoprämien in den Finanzmärkten eigentlich bekannt ist. Denn die Krise stellt diverse Ansätze bisheriger Forschung ernsthaft in Frage: Kann bei Aktienrisikoprämien tatsächlich von einem stationären Prozess ausgegangen werden, wie es in der Forschung oft geschieht? Ist die Risikoprämie eher in der Leistung der Realwirtschaft verwurzelt oder in der Risikoaversion der Anleger?

Die Relevanz einer Untersuchung von Risikoprämien im gesamtwirtschaftlichen Kontext verdeutlicht nicht nur das Eingangszitat. Neben dem rein akademischen Forschungsdrang besteht hohes praktisches Interesse an einem tieferen Verständnis der Risikoprämien. Die wichtigsten Zweige der gesamten Finanzbranche sind in ihrer Tätigkeit auf

eine regelmäßige Schätzung der zu erwartenden Risikoprämien angewiesen, um Anlageentscheidungen zu treffen.

In der Praxis ist die Ansicht, dass sich an den Finanzmärkten Bullen- und Bärenmärkte abwechseln, seit langem verbreitet und daher schon längst in den alltäglichen Sprachgebrauch übergegangen. In den Finanzmarktwissenschaften begann die Forschung vor ungefähr 20 Jahren diese Frage unter dem Begriff Regime-Switching aufzugreifen. Analog zur Bullen-/Bärenmarkt-Terminologie aus der Praxis geht man auch in der Literatur meist von zwei Regimen aus. Der Ansatz des Regime-Switchings wurde bis heute stark ausgebaut und auf unterschiedliche Aspekte der Finanzmärkte wie Aktienkurse, Wechselkurse oder Zinsen bezogen.

Auch in Bezug auf die Theorie des Regime-Switchings liefert die Finanzkrise ein besonderes Anschauungsbeispiel. Denn während von 2003 bis Anfang 2008 die Aktienmärkte weltweit fast konstant Kursgewinne verzeichneten, sind die Kurse im Jahr 2008 bei bisher unbekannter Volatilität eingebrochen.

Mit einer Untersuchung von Risikoprämien bei Vorliegen von Regimen, werden in dieser Arbeit somit zwei Bereiche der modernen Finanzmarkttheorie – Risikoprämien und Regime-Switching – zusammengeführt, die durch die Finanzkrise beide eine zusätzliche Aktualität erhalten haben.

1.2. Forschungsfrage

Zur Untersuchung von Risikoprämien in den Finanzmärkten - insbesondere der Equity Risk Premium (ERP) - wurden in der Vergangenheit höchst unterschiedliche Ansätze gewählt. Goetzmann und Ibbotson [23] nennen in ihrer Kategorisierung die vier bedeutendsten Möglichkeiten zur Schätzung der Prämien:

- Historische Risikoprämien,
- von den Investoren geforderte Risikoprämien,
- von Unternehmen und der Volkswirtschaft gezahlte Risikoprämien,
- und die geteilten Prämieschätzungen der Investoren.

Alle vier Kategorien werden in dieser Arbeit wenigstens kurz thematisiert. Im empirischen Teil der Arbeit wird der Ansatz der Gleichgewichtsrenditen verfolgt. Dabei handelt es sich um jene Renditen, die unter der Annahme eines Gleichgewichtes im Sinne des CAPM im Markt herrschen müssen. Der Einteilung von Goetzmann und Ibbotson [23] folgend handelt es sich um die geteilten Prämieschätzungen der Investoren.

Der Beitrag dieser Arbeit liegt in der Erweiterung der mit einer Rückwärtsoptimierung ermittelten Gleichgewichtsrenditen um regimeabhängige Korrelationen auf den Finanzmärkten. Dazu wird ein einperiodiges Modell entwickelt und die Ergebnisse jenen einer einfachen Rückwärtsoptimierung ohne Regime gegenübergestellt. Dadurch sollen sich neue, differenziertere Aussagen zur Höhe und zeitlichen Entwicklung der Risikoprämien und der Risikoaversion ergeben.

1.3. Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit lässt sich logisch in vier Teile untergliedern. Am Anfang wird ein Überblick über die historische Entwicklung, die Methoden und den Stand der Risikoprämienforschung gegeben. Der Schwerpunkt wird dabei wie im Rest der Arbeit auf die Risikoprämien für Aktien gelegt. Dies entspricht der Schwerpunktsetzung in der wissenschaftlichen Literatur. In den vergangenen Jahrzehnten haben sich in Bezug auf die Risikoprämien zwei konkrete Fragen herauskristallisiert: Erstens, wie hoch sind die Risikoprämien und wie entwickeln sich diese? Und zweitens, wie lässt sich die Höhe der Aktienrisikoprämie mit volkswirtschaftlichen Modellen vereinbaren? Während die erste Frage bereits früh aufgegriffen wurde, dauerte es bis zum bereits erwähnten Artikel von Mehra und Prescott [42], in dem sie auf die mit ihrem Wirtschaftsmodell unvereinbar hohe empirische Risikoprämie hinwies. Die Struktur des zweiten Kapitels dieser Arbeit richtet sich an den zwei beschriebenen Fragen aus.

Das dritte Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die Markowitzoptimierung sowie das CAPM und führt über diesen Weg zur Theorie der einfachen Rückwärtsoptimierung und den impliziten Renditen. Der Ansatz wird insbesondere in Bezug auf Eignung zur empirischen Untersuchung von Risikoprämien im internationalen Kontext diskutiert. Dazu gehört neben der Berücksichtigung von Währungseffekten die Konstruktion eines geeigneten internationalen Marktportfolios als Inputfaktor der Rückwärtsoptimierung.

Im vierten Kapitel wird schrittweise ein Modell zur Rückwärtsoptimierung bei Vorliegen von Regimen in den Finanzmärkten entwickelt. Dazu wird zunächst ein Überblick über die Entwicklung der Regime-Switching-Theorie und das Vorgehen zur Schätzung von regimeabhängigen Korrelationsmatrizen gegeben. Anschließend werden die auf dieser Basis geschätzten Regime hinsichtlich ihrer statistischen Eigenschaften und den Neuerungen gegenüber des Falls mit nur einem Regime beschrieben. Aufbauend auf einem Ansatz zur Portfoliooptimierung bei Vorliegen von Regimen wird dann das Modell zur Rückwärtsoptimierung formuliert. Der Aufbau dieses Teils ist damit insofern analog zu jenem bei der einfachen Rückwärtsoptimierung, als dass erst eine Entscheidungsregel für optimale Portfolios vorgestellt wird und anschließend ein Modell für die entsprechenden impliziten Renditen hergeleitet wird.

Die beiden Modelle zur Rückwärtsoptimierung werden im fünften Kapitel mit realen Finanzmarktdaten zu vier Aktien- und Bondmärkten (Euroraum, Schweiz, USA und Japan) angewendet. Die Ergebnisse der einfachen Rückwärtsoptimierung mit statischer Korrelationsmatrix dienen dabei als Benchmark für die entwickelte Rückwärtsoptimierung mit Regimen. Eine Untersuchung erfolgt für auf verschiedene Arten festgelegte Parameter der Risikoaversion. Die Erkenntnisse bezüglich Höhe und zeitlicher Entwicklung der Risikoprämien für diverse Anlagekategorien werden anschließend in die bestehende Literatur eingeordnet.

2. Risikoprämienforschung im Überblick

2.1. Definition der Risikoprämie

Wie bereits dargestellt, ist die Risikoprämie als $r_{RP} = E(r) - r_f$ definiert, wobei $E(r)$ die erwartete, riskante Rendite einer Anlageklasse und r_f den risikolosen Zinssatz bezeichnet. Für den risikolosen Zinssatz r_f wird, je nach betrachtetem Markt und Währungsraum, meist die Rendite einer kurzlaufenden Staatsanleihe eingesetzt. Für den amerikanischen Markt, der bei einer Mehrzahl der bestehenden Studien im Mittelpunkt steht, sind dies die Renditen von *U.S. Treasury Bills*. Ein solches Vorgehen kann vor dem Hintergrund der Finanzkrise und damit einhergehenden hohen Credit Spreads auch für entwickelte Länder kritisiert werden, da ein Staatsbankrott merklich eingepreist wird. Auf dieses Problem wird im nachfolgenden Abschnitt im Zusammenhang mit historisch besonders langen Zeitperioden noch eingegangen werden. Dennoch soll an der etablierten Praxis, die Rendite kurzlaufender Staatsanleihen als Annäherung an den risikolosen Zinssatz zu verwenden, auch im empirischen Teil (Kapitel 5) dieser Arbeit festgehalten werden.

Ibbotson und Sinquefeld [27] unterscheiden je nach Assetklasse drei verschiedene Arten von Risikoprämien: Die Renditedifferenz zwischen risikolosen, kurzlaufenden Staatsanleihen und langlaufenden Staatsanleihen wird als *Maturity-Premium* bezeichnet. Man geht davon aus, dass diese bei normaler Zinsstruktur positiv ist. Die Differenz zwischen langlaufenden Staatsanleihen und Unternehmensanleihen wird *Default Premium* genannt. Unter der Bedingung, dass langlaufende Staatsanleihen und Unternehmensanleihen dieselbe Laufzeit und damit dieselbe Maturity-Premium aufweisen, lässt sich eine Überrendite von Unternehmensanleihen nur durch ein bestehendes Insolvenzrisiko erklären. Die *Equity Risk Premium* schließlich ist der Renditeunterschied von Aktien zu kurzlaufenden Staatsanleihen. Wird die Rendite der kurzlaufenden Staatsanleihe in einen Inflationsanteil π und die reale Rendite r_{real} aufgespalten, ergibt sich für eine bestimmte Periode t zusammenfassend folgendes Bild:

$$\begin{aligned}
 \text{Staatsanleihen kurz} &= \overbrace{r_{real,t} + \pi_t}^{r_{f,t}} \\
 \text{Staatsanleihen lang} &= r_{real,t} + \pi_t + r_{Maturity,t} \\
 \text{Unternehmensanleihen} &= r_{real,t} + \pi_t + r_{Maturity,t} + r_{Default,t} \\
 \text{Aktien} &= r_{real,t} + \pi_t + r_{ERP,t}
 \end{aligned}$$

In diesem Kapitel der Arbeit wird der Fokus auf der Höhe der Equity Risk Premium r_{ERP} liegen. Da als das Ziel von Investoren grundsätzlich die Erhöhung der Kaufkraft angesehen wird, werden in der Arbeit im Folgenden soweit nicht anders angegeben nur reale Renditen angegeben.

2.2. Risikoprämienschätzungen mit historischen Daten

Der Ansatz, Risikoprämien an Hand von in der Vergangenheit realisierten Risikoprämien zu schätzen, ist in der Literatur oft anzutreffen. Die erwartete Risikoprämie der Investoren kann generell nicht direkt beobachtet werden. Man kann jedoch annehmen, dass die realisierten Risikoprämien der Vergangenheit von den Investoren auch für die Zukunft erwartet werden.

Falls keine Korrelation zwischen den Risikoprämien verschiedener Jahre besteht und die Risikoprämien stationär sind, wächst die Exaktheit der Schätzung mit der Wurzel des untersuchten Zeitraums. Goetzmann und Ibbotson [23] geben die durchschnittliche historische Standardabweichung der Equity Risk Premium in den USA für die letzten 100 Jahre mit 20% p.a. an. Die jährliche Risikoprämie für Aktien in den USA lässt sich unter diesen Voraussetzungen mit einem Standardfehler von 2% schätzen.

Im Folgenden sollen das Vorgehen und die Ergebnisse der wichtigsten Studien auf diesem Gebiet vorgestellt werden.

Eine Untersuchung über einen sehr langen Zeitraum wurde von Siegel [49] durchgeführt, der Aktienprämien von 1802 bis 1997 analysiert. Für das frühe 19. Jahrhundert sind dabei nur wenige Aktien, meist aus der Eisenbahn- oder Finanzbranche, verfügbar. Der risikolose Zinssatz wird für diese frühe Phase aus amerikanischen Staatsanleihen oder Kommunalanleihen gebildet. Vor dem Hintergrund einer gerade gegründeten Nation und verschiedenen Kriegen ist die Übereinstimmung von risikolosem Zins und der Rendite kurzlaufender Staatsanleihen durchaus fraglich. Da Kommunalanleihen während langer Zeit als sicherer angesehen wurden als US-Bundesanleihen, wählt Siegel jeweils den niedrigeren Zinssatz von beiden. Da Staatsanleihen meist eine Laufzeit von mehr als drei Jahren aufwiesen, mussten die Renditen schließlich bezüglich der Laufzeit korrigiert werden, um eine „synthetische“ Treasury Bill zu erzeugen¹.

Trotz dieser Schwierigkeiten fällt an Siegels Daten die hohe Konstanz der reinen Aktienrenditen auf. Diese liegen für alle Subperioden sehr nah am Durchschnittswert des gesamten Zeitraums von 7,0%. Die steigende Aktienprämie erklärt sich daher nur über den stetig sinkenden, risikolosen Zinssatz. Dieser lag von 1802 bis 1870 noch bei 5,1%, sank jedoch 1871 bis 1925 auf 3,2% und schließlich für 1926 bis 1997 auf nur noch 0,6%.

Ibbotson und Sinquefeld [27] analysieren einen Zeitraum von 1926 bis 1974. Ihr Datensatz wurde in einer Überarbeitung des Originalpapers mit den Daten von Ibbotson Associates bis 2005 verlängert. In ihrer Studie kommen sie für die Periode von 1926 bis 1997 fast zu denselben Ergebnissen wie Siegel.

Dimson, Marsh und Staunton [17] legen Daten für verschiedene internationale Märkte vor. Insgesamt werden die Equity Risk Premiums für 17 Märkte im Zeitraum von 1900 bis 2005 angegeben. Eine Auswahl ist in Tabelle 2.1 wiedergegeben. Die Untersuchung zeigt, dass die US-Prämie signifikant über dem Weltdurchschnitt liegt.

Im Zusammenhang mit der Untersuchung von historischen Risikoprämien ist die Unterscheidung zwischen realisierter und in der Vergangenheit erwarteter Risikoprämie entscheidend. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, ist es unwahrscheinlich, dass US-

¹Für Details der Berechnung siehe Siegel [50].

Untersuchung	Zeitraum	Markt	ERP
Siegel [49]	1802-1997	USA	5,10%
	1802-1870		1,9%
	1871-1925		3,4%
	1926-1997		6,6%
Ibbotson und Sinquefeld [27]	1926-2005	USA	6,7%
Dimson, Marsh und Staunton [17]	1900-2005	USA	5,5%
		Frankreich	6,8%
		Deutschland	3,8%
		GB	4,4%
		Schweiz	3,6%
		Japan	6,7%
		Welt	4,7%

Tabelle 2.1.: Untersuchungen der Equity Risk Premium mit historischen Daten

Investoren Anfang des 20. Jahrhunderts tatsächlich eine Risikoprämie in Höhe der heute bekannten Ex-post-Prämie erwarten durften. Es ist daher davon auszugehen, dass die Erwartungen der Investoren über weite Teile des 20. Jahrhunderts übertroffen wurden.

2.3. Risikoprämienschätzungen mit Fundamentalkennzahlen

Risikoprämienschätzungen mit Fundamentalkennzahlen nutzen für die Schätzung den Grundsatz, dass Preise in den Finanzmärkten durch diskontierte, erwartete Cashflows der Zukunft generiert werden. Cochrane [14] nennt diesen Zusammenhang zwischen Preisen und Cashflows „the central idea of modern finance“. Die benutzten Größen für diese Art der Prämienschätzungen sind daher Dividenden, Unternehmensgewinne und die entsprechenden Wachstumsraten. Das Vorgehen entspricht der dritten Klasse in der von Goetzmann und Ibbotson vorgeschlagenen Kategorisierung (s. Abschnitt 1.2). In diesem Abschnitt werden drei prominente Arbeiten vorgestellt, welche in diese Kategorie fallen.

Die Risikoprämienschätzungen mit Fundamentalkennzahlen basieren gewöhnlich auf dem Dividend-Growth-Model. Dort ansetzend führen Fama und French [20] eine relativ einfach verständliche Untersuchung durch. Grundsätzlich gilt, dass Investoren Wertsteigerungen entweder in Form von Dividenden oder Preissteigerungen von Aktien zufließen, d.h. $E(r_a) = E(d_t/p_{t-1}) + E(g_p)$. Dabei ist r_a die allgemeine Aktienrendite, d_t/p_{t-1} die Dividendenrendite und g_p das Aktienpreiswachstum. Fama und French untersuchen einen Zeitraum von 1872 bis 2000. Auf Grund der Länge des Zeitraums kann g_p mit dem Dividendenwachstum g_d oder dem Gewinnwachstum g_y ersetzt werden.

Fama und French kommen so zu den beiden Zusammenhängen

$$E_d(r_a) = E(d_t/p_{t-1}) + E(g_d) \quad (2.1)$$

$$E_y(r_a) = E(d_t/p_{t-1}) + E(g_y). \quad (2.2)$$

Um über die beiden Ansätze zum tatsächlich realisierten Wert der Aktienrendite zu gelangen, muss angenommen werden, dass die durchschnittliche Dividendenrendite d_t/p_{t-1} und das durchschnittliche Gewinn-/Preis-Verhältnis y_t/p_{t-1} stationär sind. Die Formeln werden auf die Dividenden und Gewinne des S&P 500 Index angewendet. Da die Datenbasis für Unternehmensgewinne für weit zurückliegende Perioden weniger verlässlich wird, können Fama und French die Werte für $E_y(r_a)$ erst ab 1951 ausweisen.

Als risikolosen Zins wird die Rendite von 6-Monats-Commercial-Papers verwendet. Im Zeitraum 1872 bis 1950 ist die Risikoprämie damit $E_d(r_a) - r_f = 4,17\%$ und liegt damit nah an der realisierten Aktienrendite von 4,40%. Von 1950 bis 2000 ist $E_d(r_a) - r_f = 2,55\%$ und $E_y(r_a) - r_f = 4,32\%$. Diesen Werten steht eine tatsächliche Aktienrisikoprämie von 7,43% pro Jahr gegenüber. Zusammenfassend steigen in den 50 Jahren die Aktienpreise daher um ein Vielfaches der Dividenden und Gewinne.

Der Unterschied zwischen den Modellschätzungen und der historischen Rendite in diesem Zeitraum kann mit einem starken Abfallen von d_t/p_{t-1} und y_t/p_{t-1} erklärt werden. d_t/p_{t-1} sank von 7,16% im Jahr 1950 auf 1,22% im Jahr 2000. y_t/p_{t-1} sank von 13,39% auf 3,46%.

Die Schätzung der Risikoprämien gemäß (2.1) und (2.2) bringt den Vorteil einer höheren Schätzpräzision gegenüber der reinen historischen Rendite mit sich. Während mit Daten von 1951 bis 2000 die Standardabweichung der Schätzung für die historischen Aktienrenditen bei 2,43% lag, war sie für $E_d(r_a)$ und $E_y(r_a)$ nur bei 0,74% bzw. 1,93%.

Claus und Thomas [12] nutzen in ihrem Ansatz statt realisierter Dividenden- und Gewinnwachstumsraten Analystenprognosen. Sie verwenden dazu die zum Dividend-Growth-Model äquivalente Residual Income Valuation. Das Gordon-Growth-Model,

$$r_{GGM} = \frac{d_1}{p_0} + g, \quad (2.3)$$

dient als Benchmark für die empirischen Ergebnisse. In der Residual Income Valuation wird der Unternehmenspreis p_0 als

$$p_0 = bv_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{y_t - r_{RI}bv_0}{(1 + r_{RI})^t} \quad (2.4)$$

berechnet, wobei bv_0 der Buchwert und r_{RI} die Marktrendite bezeichnet. Der Term $y_t - r_{RI}bv_0$ bezeichnet das Residual Income oder, in der Terminologie von Thomas und Claus, die Abnormal Earnings ae_t . Claus und Thomas nutzen ausgehend von 2.4 für die ersten fünf Jahre Analystenschätzungen für y_t und addieren dazu einen Terminal Value. Ihr Ansatz lässt sich daher als

$$p_0 = bv_0 + \frac{ae_1}{(1 + r_{RI})} + \frac{ae_2}{(1 + r_{RI})^2} + \frac{ae_3}{(1 + r_{RI})^3} + \frac{ae_4}{(1 + r_{RI})^4} + \frac{ae_4}{(1 + r_{RI})^5} + \left(\frac{ae_5(1 + g_{ae})}{(r_{RI} - g_{ae})(1 + r_{RI})^5} \right) \quad (2.5)$$

zusammenfassen. Die Untersuchungsperiode von Claus und Thomas umfasst den Zeitraum 1985 bis 1998. Die untersuchten Unternehmen stammen aus den USA, Frankreich,

Deutschland, Japan und Großbritannien. Für die jeweils ersten fünf Jahre werden die im betreffenden Basisjahr vorliegenden aggregierten Analystenschätzungen y_t aller Unternehmen sowie die Marktkapitalisierung p_0 und die aggregierten Buchwerte bv_0 in (2.4) eingesetzt. Das Terminal-Value-Wachstum des Residual Income wird in der Untersuchung auf 3% geschätzt.

Durch das Lösen von (2.5) ergeben sich über den Untersuchungszeitraum 14 Risikoprämien $r_{RI} - r_f$ für jeden der betrachteten sechs Märkte. Die durchschnittliche Equity Risk Premium in diesem Zeitraum liegt für die USA nur bei 3,40%. Das reine Gordon-Growth-Model nach Fomrel (2.3) mit einem Parameterwert g , der gemäß den Analystenschätzungen für die ersten fünf Jahre geschätzt wurde, ergibt für die USA eine wesentliche höhere Risikoprämie. Mit $r_{GGM} - r_f = 7,34\%$ liegt der Wert in der Größenordnung der historischen Risikoprämien. Der Unterschied zwischen den zwei Schätzungen kann durch die hohe Dividendenwachstumsrate im GGM erklärt werden. Die hohen von Analysten prognostizierten Wachstumsraten für die kommenden 5 Jahre sind jedoch mit großer Wahrscheinlichkeit nicht nachhaltig erzielbar. Auch für alle weiteren Märkte ergeben sich mit der Residual-Income-Methode wesentlich niedrigere Renditeerwartungen als jene, die historisch festgestellt wurden (s. Tabelle 2.2).

Bei der Schätzung von Risikoprämien liegt der Vorteil der Residual Income Valuation gegenüber dem Gordon-Growth-Model in der wesentlich höheren Stabilität der Ergebnisse. Durch die Einbindung des klar bestimmbareren Buchwertes verliert der Wachstumsparemeter g_{ae} des Terminal Values an Einfluss.

Thomas und Claus [12] bezeichnen ihre Schätzwerte als obere Grenze der Aktienrisikoprämie. Sie begründen dies mit der Tatsache, dass Analystenschätzungen normalerweise von einem positiven Bias unterliegen. Es ist daher wahrscheinlich, dass reale Investoren diese Verzerrung bei ihrer Erwartungsbildung berücksichtigen und so zu einer noch niedrigeren Risikoprämie als der von Claus und Thomas Geschätzten gelangen.

Arnott und Bernstein [4] halten auf Grund von Fundamentalanalysen selbst ERPs in der Größenordnung 2% bis 4% für unrealistisch. Der Fokus ihrer Arbeit liegt auch auf den rational erwartbaren Aktienrisikoprämien. Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben unterscheidet sich diese von der realisierten Ex-post-Aktienrisikoprämie. Die erwartbare reale Langfristrendite von Aktien im Zeitpunkt t setzt sich aus der aktuellen Dividendenrendite d_t/p_t , dem Dividendenwachstum $g_{Div}(t)$, der Änderung des Bewertungsniveaus $\Delta PD(t)$ und einem Fehlerterm ε zusammen. Das Bewertungsniveau $PD(t)$ bezeichnet den Preis von einer Geldeinheit Dividende. Arnott und Bernstein [4] unterstellen, dass Investoren keine systematischen Bewertungsänderungen erwarten, den Markt also als korrekt gepreist ansehen. Das Dividendenwachstum $g_{Div}(t)$ kann als Summe des realen GDP-Wachstums $g_{GDP}(t)$ und der Änderung des Anteils der Dividenden am GDP ausgedrückt werden. Langfristig können die Unternehmensdividenden nicht mit derselben Wachstumsrate wie das reale GDP wachsen, da wirtschaftliches Wachstum hauptsächlich von neu gegründeten Unternehmen getragen wird. Aus diesem Grund kann g_{GDP} als langfristige obere Grenze für das Dividendenwachstum aufgefasst werden. Arnott und Bernstein [4] nennen die Anteilsänderungen der Dividenden am GDP „dilution of the

GDP growth“ ($Dil_{GDP}(t)$). Für die Aktienrendite gilt also

$$r_a(t) = \frac{d_t}{p_t} + g_{Div}(t) + \Delta PD(t) + \varepsilon \quad (2.6)$$

$$= \frac{d_t}{p_t} + g_{GDP}(t) + Dil_{GDP}(t) + \varepsilon \quad (2.7)$$

bzw. in Erwartungsform

$$E(r_a(t)) = E(d_t/p_t) + E(g_{GDP})(t) + E(Dil_{GDP}(t)). \quad (2.8)$$

Für den erwarteten sicheren Zins wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die nominale Rendite in t auch für die Zukunft erwartet wird. Davon wird eine Inflationserwartung abgezogen. Mit historischen US-Daten für Dividenden und Per-Capita-GDP-Wachstum von durchschnittlich 1,6% kommen Arnott und Bernstein [4] auf eine durchschnittliche rational erwartbare Equity Premium von 2,4% seit 1802. Diesem Wert steht eine realisierte Prämie von 3,3% seit 1802 bzw. von 5,7% seit Beginn der Ibbotson Daten im Jahr 1926 gegenüber. Zu der Differenz bemerken sie: „this was due to an array of happy accidents for stocks and one extended unhappy accident for bonds.“

Untersuchung	Zeitraum	Markt	ERP	
Claus und Thomas [12]	1985-1998	USA	3,40% (RI)	
			7,34% (GGM)	
		Frankreich	0,68% (RI)	
			3,27% (GGM)	
		Deutschland	1,03% (RI)	
			2,82% (GGM)	
		Japan	1,31% (RI)	
4,27% (GGM)				
Fama und French [20]	1872-2000	USA	0,40% (RI)	
			1,49% (GGM)	
			3,54% (D)	
			5,57% (hist.)	
			1872-1950	4,17% (D)
			4,40% (hist.)	
1951-2000	2,55% (D)			
	4,32% (Y)			
	7,43% (hist.)			
Arnott und Bernstein [4]	1812-2001	USA	2,4%	

Tabelle 2.2.: Untersuchungen der Equity Risk Premium mit Fundamentalkennzahlen

Wendet man Formel (2.8) auf die nähere Vergangenheit an, zeigt sich, dass die rational zu erwartende Risikoprämie auf Aktien seit Ende der 80er Jahre bis zum Jahr 2001 nahe bei oder sogar unter 0% liegt. Die Untersuchung bestätigt daher die Ansicht, dass der

Bullenmarkt seit 1980 von einem stark gestiegenen Bewertungsniveau getrieben wurde. Aktien und Bonds werden gemäß Arnott und Bernsteins [4] Analyse in Zukunft beide reale Renditen zwischen 2% und 4 % erzielen, was ein Verschwinden der Risikoprämie auf Aktien bedeuten würde. Die hohen Erwartungen an Aktienprämien bzw. Renditen, auf denen die Anlageentscheidungen fast aller Investoren basieren, würden vor diesem Hintergrund stark enttäuscht werden.

2.4. Das Equity-Premium-Puzzle

Anders als in den vorangehenden Abschnitten ist hier die Kernfrage nicht vor allem mehr „Wie hoch sind die Risikoprämien?“ sondern „Warum sind die tatsächlichen Risikoprämien höher als in der Theorie erklärbar?“

Das von Mehra und Prescott [42] benannte Equity-Premium-Puzzle basiert auf einer Anwendung des Pure-Exchange-Modells nach Lucas [32]. Es handelt sich um ein Gleichgewichtsmodell, in dem der Zustand gesucht wird, wo kein Kapitalmarktteilnehmer einen Anreiz hat, das eigene Portfolio zu restrukturieren. Um eine Referenz zum Modell von Mehra und Prescott in späteren Abschnitten zu erleichtern, wird der konkrete Ansatz mit den entsprechenden Annahmen im Folgenden nachvollzogen. Die Darstellung folgt dabei neben dem Originalpaper auch Mehra und Prescott [38].

Das Modell legt eine Volkswirtschaft, in der ein Unternehmen ein Konsumgut mit der Per-Capita-Produktionsfunktion $y = f(k_t, n_t, e_t)$ produziert, zu Grunde. Das produzierte Konsumgut kann nicht gelagert werden, muss also in derselben Periode verbraucht werden. Der Kapitalbestand pro Kopf k_t ist fix und das Arbeitsangebot pro Kopf n_t perfekt unelastisch. Die Outputänderungen sind daher nur von den Schocks e_t abhängig. Konkret folgen die Wachstumsraten $x_{t+1} = \frac{y_{t+1}}{y_t}$ einer Markov-Kette mit $P[x_{t+1} = \lambda_j; x_t = \lambda_i] = \phi_{ij}$.

Das Eigentum an dem Unternehmen ist in einer teilbaren Aktie mit dem Preis P_t verbrieft. Am Anfang jeder Periode erfolgt an die Aktionäre eine Dividendenausschüttung des gesamten Umsatzes der Vorperiode². Die Dividende d ist daher in jeder Periode gleich dem aggregierten Konsum und Output, d.h. $y = c = d$ (Abel [2]). Neben der Investition in Aktien besteht für alle Haushalte die Möglichkeit einer risikolosen Anlage.

In der Volkswirtschaft gibt es eine große Zahl repräsentativer Haushalte, welche den Erwartungsnutzen

$$E_0 \left(\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \right), \quad 0 < \beta < 1 \quad (2.9)$$

maximieren. Dabei stellt β den subjektiven Zeitdiskontfaktor dar. Die Nutzenfunktion $U(c_t)$ mit c_t als Pro-Kopf-Konsum besitzt bei Mehra und Prescott [42] eine konstante relative Risikoaversion (CRRA) und hat die Form $U(c_t) = \frac{c_t^{1-k}}{1-k}$. Da in jeder Periode $y = d$ gilt, muss in der Volkswirtschaft nur die Entscheidung, welcher Teil des Haushaltsvermögens in Aktien und welcher in die risikolose Anlage investiert werden soll,

²Im Basismodell nach Lucas [32] werden im Kontrast dazu Arbeit und Kapital entsprechend ihres Grenzprodukts entlohnt.

getroffen werden. Der Preis einer Aktie wie auch der risikolosen Anlage sind in dieser Volkswirtschaft gemäß der Euler-Gleichung

$$p_t = \beta E_t \left((p_{t+1} + a_{t+1}) U'(y_{t+1}) / U'(y_t) \right) \quad (2.10)$$

bestimmt. a_{t+1} ist hier die Ausschüttung in Periode $t + 1$, also im Fall einer Aktie die Dividende d oder bei der risikolosen Anlage der Zins. Der Zahlungsstrom a wird also nicht nur mit der Zeitpräferenz β , sondern zusätzlich mit der Grenzrate der Substitution zwischen Konsum in der nächsten Periode ($t+1$) und Konsum heute (t) bewertet (Rudolf [44]). Umgestellt als

$$U'(y_t) p_t = \beta E_t \left((a_{t+1} + y_{t+1}) U'(y_{t+1}) \right) \quad (2.11)$$

lässt sich der Zusammenhang noch intuitiver interpretieren. Die linke Seite von Gleichung (2.11) bezeichnet den Nutzenverlust beim Erwerb einer Aktie in Periode t . Dieser muss im Gleichgewicht dem erwarteten Nutzengewinn in Periode $t + 1$ unter Berücksichtigung der Zeitpräferenz β entsprechen.

Wendet man Formel (2.10) auf den Aktienpreis an, ergibt sich nach Division durch P_t und Einsetzen der Dividende d_{t+1} für a_{t+1}

$$1 = \beta E_t \left(\frac{d_{t+1} + y_{t+1}}{p_t} \frac{U'(y_{t+1})}{U'(y_t)} \right) = \beta E_t \left(r_{a,t+1} \frac{U'(y_{t+1})}{U'(y_t)} \right) \quad (2.12)$$

Für die risikolose Anleihe gilt analog

$$1 = \beta E_t \left(\frac{U'(y_{t+1})}{U'(y_t)} \right) r_{f,t+1}, \quad (2.13)$$

wo $r_{f,t+1}$ die Bruttorendite der sicheren Anlage ist. Nach Umformungen ergibt sich für die erwartete Aktienrendite (Mehra und Prescott [39])

$$E_t(r_{a,t+1}) = r_{f,t+1} + Cov_t \left(\frac{-U'(c_{t+1})}{E(U'(c_{t+1}))}, \frac{r_{a,t+1}}{E(U'(c_{t+1}))} \right). \quad (2.14)$$

Diese allgemeine Lösung impliziert, dass solche Anlagen, die mit dem Konsum stark positiv korrelieren, bei den Investoren unbeliebt sind und eine hohe Risikoprämie erfordern. Dieser Zusammenhang ist einleuchtend, da bei konkaven Nutzenfunktionen generell gleiche Konsumniveaus in verschiedenen Umweltzuständen und in verschiedenen Perioden bevorzugt werden. Beliebte und somit mit einer niedrigen Risikoprämie verbunden sind daher Anlagen mit niedriger oder sogar negativer Kovarianz zum Konsumwachstum.

Wenn die Formel (2.14) konkret auf die CRRA-Nutzenfunktion $U(c_t) = \frac{c_t^{1-k}}{1-k}$ angewandt wird und die zusätzliche Annahmen der gemeinsamen Log-Normalverteilung von Konsumwachstum $z_{t+1} = c_{t+1}/c_t$ sowie Dividendenwachstum $x_{t+1} = y_{t+1}/y_t$ getroffen wird, ergibt sich für die Risikoprämie in der Modellvolkswirtschaft eine geschlossene Lösungsform. Mit

$$\ln E_t(r_{a,t+1}) = -\ln \beta + \alpha \mu_x - \frac{1}{2} \alpha^2 \sigma_x^2 + \alpha \sigma_{x,z}, \quad (2.15)$$

$$\ln r_{f,t+1} = -\ln \beta + \alpha \mu_x - \frac{1}{2} \alpha^2 \sigma_x^2 \quad (2.16)$$

für erwartete Aktienrendite und den sicheren Zinssatz ergibt sich die (Log-)Risikoprämie als

$$\ln E_t(r_{a,t+1}) - \ln r_{f,t+1} = \alpha \sigma_{x,z}. \quad (2.17)$$

Wie vorher beschrieben gilt im Gleichgewicht $z = x$. Daher folgt

$$\ln E_t(r_{a,t+1}) - \ln r_{f,t+1} = \alpha \sigma_x^2 \quad (2.18)$$

Unter den Annahmen des Modells hängt die (Log-)Risikoprämie also nur vom Risikoaversionsfaktor α und der Varianz des Konsumwachstums, nun auch als x zu bezeichnen, ab. Mehra und Prescott [38] wenden Formel (2.18) mit empirischen Daten für den US-Markt für den Zeitraum 1889-1978 an. Sie kommen für diesen Zeitraum auf eine durchschnittliche jährliche Wachstumsrate des Konsums von 1,8% und eine Standardabweichung des Konsumwachstums in Höhe von 3,6%. Zusätzlich gehen sie davon aus, dass die Zeitpräferenz β 0,99 beträgt und der Risikoaversionsfaktor α nicht höher als 10 ist. Der maximale Wert der Equity Risk Premium wird unter diesen Restriktionen tatsächlich bei den Parametern $\alpha = 10$ und $\beta = 0,99$ erreicht. Gemäß (2.16)-(2.18) ist der Maximalwert für die Equity Risk Premium dann $E(r_a) - r_f = 1,4\%$.

Dieser Wert ist wesentlich niedriger als die von Mehra und Prescott [42] [38] ausgewiesene historische Prämie in Höhe von 6,18%. Der hohe quantitative Unterschied zwischen beobachteter und modelltheoretischer Equity Risk Prämie wurde unter dem von Mehra und Prescott [42] selbst geprägten Namen „Equity Premium Puzzle“ bekannt.

Im gegebenen Modell könnte die Risikoprämie nur durch einen höchst unrealistischen Wert $\alpha > 30$ aufgelöst werden. Benartzi und Thaler [6] verdeutlichen die Absurdität eines solchen Wertes mit einem Beispiel. Man stelle sich eine Lotterie mit einem Gewinn von 50000 CHF und 100000 CHF vor. Die Gewinnchance beträgt jeweils 50%. Eine Person mit einer Risikoaversion in Höhe von $\alpha = 30$ wäre indifferent zwischen dieser Lotterie und einem sicheren Betrag in Höhe von nur 51209 CHF. „Kaum jemand kann wirklich eine derartige Abneigung gegen Risiko besitzen.“ (Benartzi und Thaler [6])

Selbst wenn das Equity Premium Puzzle durch eine sehr hohe Risikoaversion gelöst werden könnte, bliebe ein weiteres Puzzle bestehen. Weil [56] bemerkte zu dem Modell, dass der vorhergesagte risikolose Zinssatz wesentlich höher ist als jener, der tatsächlich beobachtet werden kann. Aus dem Datensatz für die USA von 1889 bis 1978 folgt ein durchschnittlicher, risikoloser Zinssatz von $r_f = 0,8\%$. Demgegenüber folgt aus Formel (2.16) selbst mit einem moderateren Wert von $\alpha = 3$ ein Zinssatz von 6,5%.

Intuitiv kann der hohe Zinssatz im Modell durch die Risikoaversion in Verbindung mit positivem Konsumwachstum erklärt werden. Hohe Risikoaversion sorgt dafür, dass die Haushalte einen starken Anreiz haben, das persönliche Konsumniveau im Zeitverlauf zu glätten. Da der Konsum im Durchschnitt wächst, möchten die Haushalte die relativ wohlhabende Zukunft beleihen und Kredite für gegenwärtigen Konsum aufnehmen. Diese Nachfrage nach Krediten zur Konsumglättung treibt die Zinssätze im Modell in die Höhe (Siegel und Thaler [51]). Diese Modellimplikation wird auch als „Risk-free Rate Puzzle“ bezeichnet.

2.5. Lösungsansätze für das Equity Premium Puzzle

In diesem Abschnitt sollen beispielhaft einige prominente Lösungsansätze für das Equity Risk Puzzle vorgestellt werden. Dabei sollen die Ausführungen gemäß der konkreten Elemente von Mehra und Prescotts Equity Premium Puzzle strukturiert werden. Zusammengefasst besagt das Equity Premium Puzzle, dass $r_{ERP,Modell} \ll r_{ERP,Markt}$ ist. Dabei ist $r_{ERP,Modell}$ die vom Modell vorhergesagte Prämie ist und $r_{ERP,Markt}$ die zum Vergleich herangezogene Marktrisikoprämie, die über einen bestimmten Zeitraum realisiert wurde. Bei Mehra und Prescott [42] sind diese Werte 1,4% bzw. 6,18%. Eine Auflösung kann nun entweder durch den Nachweis erbracht werden, dass die angewendete Equity Risk Premium aus dem Markt zu hoch ist oder dass die Equity Risk Premium aus dem Modell wegen unrealistischer Annahmen zu niedrig ist.

2.5.1. Modifikation der Vergleichsrisikoprämie

Mehra und Prescott nutzen als Vergleichsrisikoprämie den Wert im amerikanischen Markt von 1889-1978. Die wesentlichsten Kritikpunkte sind einerseits die Auswahl eines möglicherweise unrepräsentativen Zeitausschnitts und andererseits die Beschränkung der Betrachtung allein auf den amerikanischen Markt.

Die Ausführungen in den Abschnitten 2.2 und 2.3 legen tatsächlich nahe, dass die ERP im von Mehra und Prescott [42] gewählten Zeitraum nicht nachhaltig erreichbar ist und von Sonderfaktoren getrieben wurde. Wie dargelegt ist es wahrscheinlich, dass insbesondere eine Erhöhung der Bewertungsniveaus wegen gesunkener Renditeerwartungen der Investoren paradoxerweise zu der hohen historischen ERP in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts geführt haben.

Die alleinige Betrachtung des US-Marktes kann als Ursache des Equity Risk Puzzles eher vernachlässigt werden. Der amerikanische Markt weist gemäß der Daten von Dimson, Marsh und Staunton [17] im Vergleich zu den großen entwickelten Märkten zwar eine überdurchschnittliche, aber keine außergewöhnliche Aktienrisikoprämie auf. Allerdings bleibt zu kritisieren, dass es sich auch bei der Marktauswahl von Dimson, Marsh und Staunton [17] nur um erfolgreiche, überlebende Märkte handelt. Solche Märkte, die beispielsweise durch Kriege oder politische Instabilität an Bedeutung verloren haben oder ganz verschwunden sind, werden nicht berücksichtigt. Die ERP könnte daher durch einen Survival Bias auf Markt- oder Länderebene hervorgerufen sein. Unter der Annahme, dass über den Zeitraum von 1900 bis 2006 die überlebenden Märkte einen Anteil von mindestens 90% an der gesamten Weltmarktkapitalisierung in Aktien ausmachten, lässt sich dieses Argument jedoch entkräften. Dimson, Marsh und Staunton [17] zeigen, dass die ERP unter der oben beschriebenen Annahme jährlich nur um 0,1% zurückgehen würde.

Neben dem Survival Bias auf der Ebene ganzer Aktienmärkte bleibt allerdings ein Survival Bias auf Einzeltitelebene innerhalb der Märkte. Bisherige Studien konnten jedoch auch hier nicht nachweisen, dass die Berücksichtigung eines solchen Survival Bias auf Einzeltitelebene, die tatsächlichen Risikoprämien auf Aktien signifikant senken würden.

2.5.2. Modifikation der Annahmen des Mehra/Prescott-Modells

Wie oben beschrieben gehen Mehra und Prescott [42] in ihrem Modell von einer Reihe von Annahmen aus. Die Forschung zur Auflösung des Puzzles setzte in der Vergangenheit besonders bei drei dieser Annahmen an:

- Es handelt sich im Modell um eine Volkswirtschaft ohne Friktionen. Eine Untersuchungsrichtung betrifft daher die Einführung von Steuern, Transaktionskosten und Kreditbeschränkungen für Teile der Bevölkerung.
- Im Modell besitzen alle Haushalte eine CRRA-Nutzenfunktion. Viele Lösungsansätze befassen sich daher mit dem Effekt alternativer Funktionsformen auf die Modellrisikoprämie.
- Das Modell unterstellt, dass die Konsumwachstumsraten x lognormalverteilt sind und dass die Standardabweichung von x bezogen auf den aggregierten Konsum der Gesamtwirtschaft eine gute Approximation für die Konsumschwankungen σ_x sind, welche die Einzelhaushalte erleben. Lösungsansätze in diesem Bereich fokussieren sich auf alternative Konsumwachstumsprozesse und mögliche Anpassungen für individuelle Haushalte.

a. Einführung von Friktionen

Für die Auflösung des Equity Premium Puzzles hat sich die Berücksichtigung verschiedener Imperfektionen realer Märkte bewährt. Das Originalmodell von Mehra und Prescott [42] ist in vielerlei Hinsicht stark idealisiert. Beachtung gefunden haben insbesondere der Einfluss von Kreditbeschränkungen und Steuern auf die Aktienrisikoprämie.

Mit „Junior can't borrow“ überschreiben Constantinides, Donaldson und Mehra [16] ihren Ansatz zur Berücksichtigung von Kreditbeschränkungen. Statt unbegrenzt lebender Konsumenten unterstellen sie, dass jede Person drei Lebensphasen durchläuft. In der Jugend wird das Humankapital aufgebaut, Lohneinkommen ist in dieser Phase einerseits niedrig und andererseits nur schwach mit dem Aktienmarkt korreliert. In der nächsten Phase steigt das Lohneinkommen an, korreliert nun aber stark mit den Schwankungen der generellen Gesamtwirtschaft und damit des Aktienmarktes. In der letzten Phase erzielt der Konsument kein Arbeitseinkommen mehr, sondern lebt von den Ersparnissen der Vorperiode. Theoretisch hätten alle Konsumenten in der ersten Lebensphase einen starken Anreiz, ihr zukünftiges Einkommen zu beleihen und mit einem Kredit Aktien zu kaufen, da diese wenig mit ihrem Einkommen korrelieren und der Grenznutzen daher hoch ist (s. Abschnitt 2.4). Eine Kreditaufnahme ist für junge Personen in heutigen Volkswirtschaften oft nur schwer möglich, da kein Kapital als Kreditsicherheit zur Verfügung gestellt werden kann und unsicheres, zukünftiges Arbeitseinkommen nicht beliehen werden kann. Personen mittleren Alters verfügen im Gegensatz zur jungen Generation über die notwendigen Geldmittel, um Aktien zu kaufen. Allerdings stiften Einkünfte aus Aktienanlagen dieser Personengruppe wegen der hohen Korrelation zu den übrigen Einkommensänderungen weniger Nutzen als den Jüngeren. Die Preise der Aktien bleiben daher niedrig und die resultierende Aktienrisikoprämie ist hoch.

Über diesen Ansatz können somit das Risk-Free Rate Puzzle und das Equity Premium Puzzle gleichzeitig entschärft werden. Da die jungen Konsumenten keine Kredite aufnehmen können, sinkt der Zinssatz im Vergleich zu den Modellen ohne Kreditbeschränkung. Außerdem entfällt die Aktiennachfrage dieser Personengruppe, welche die Aktienpreise hochgetrieben und so die Rendite gesenkt hätte.

Das Modell kann in dieser Form zwar die Lücke zwischen sicherem Zinssatz und Aktienrendite verkleinern, aber immer noch nicht ganz schließen. Konkret erreichen Constantinides, Donaldson und Mehra [16] so ungefähr eine Verdreifachung der vom Originalmodell prognostizierten Risikoprämie.

McGrattan und Prescott [36] [35] beschreiben den Einfluss von Steuern auf die Risikoprämien. Für die Risikoprämie entscheidend ist nicht die absolute Steuerhöhe, sondern die relative Veränderung. Dabei wird die Besteuerung von Dividenden und Unternehmensgewinnen betrachtet, wobei der Effekt von ersteren als stärker erachtet wird. In ihrer Studie zum US-Markt stellen McGrattan und Prescott [36] fest, dass die Grenzsteuersätze auf Dividenden in den USA effektiv von über 50% kurz nach dem zweiten Weltkrieg auf unter 20% bis zum Jahrtausendwechsel gesunken sind. Diese Entwicklung wurde nur teilweise von echten Steuersenkungen auf Dividenden hervorgerufen. Einen großen Beitrag lieferte das Aufkommen von Pensionsfonds, die quasi steuerfrei in Aktien investieren konnten. Auch die effektiven Steuern auf Unternehmensgewinne sanken nach dem zweiten Weltkrieg in den USA. Jedoch weit weniger stark als die Dividendenbesteuerung.

Im selben Zeitraum der Steuersenkungen wuchs das Verhältnis von Aktienmarktkapitalisierung zum Bruttonationalprodukt (BNP) von unter 1 auf ca. 1,6, ohne dass das zugrundeliegende Unternehmenskapital oder die Nachsteuergewinne der Unternehmen im Verhältnis zum BNP signifikant gewachsen wären.

Das Modell von McGrattan und Prescott [36] berücksichtigt diese Steuerniveaus bei der Herleitung eines Bewertungsmodells. Mit ihrem Modell ergeben sich durchschnittliche Kurs/Gewinn-Verhältnisse von 13,5 für den Zeitraum 1960-1970 und 27,5 für 1990-2000. Die Werte liegen sehr nah an den tatsächlichen Werten von 14,9 bzw. 28,2. Übermäßige Aktienrenditen und ERPs, die besonders in diesem Zeitraum auftraten, können so durch den Übergang zu einem höheren Bewertungsniveau erklärt werden (Mehra und Prescott [39]). McGrattan und Prescott [36] geben so eine zu Thomas und Claus [12] oder Fama und French [20] alternative Erklärung für das gestiegene Bewertungsniveau an den Aktienmärkten (s. Abschnitt 2.3).

b. Alternative Nutzenfunktionen

Hier sollen kurz drei alternative Nutzenfunktionen vorgestellt werden, die Ansätze zur Lösung des Puzzles darstellen.

Die CRRA-Nutzenfunktion $U(c_t) = \frac{c_t^{1-\alpha}}{1-\alpha}$ besitzt die Eigenschaft, dass Risikoaversion und die Rate der intertemporalen Substitution beide über den Faktor α gesteuert werden. Das bedeutet, dass Personen, die generell abgeneigt gegenüber starken umweltabhängigen Schwankungen des Konsums in einer einzelnen Zeitperiode sind, auch eine

starke Glättung des Konsums über alle Zeitperioden hinweg wünschen müssen. Eine Präferenz für große Vorhersehbarkeit der Konsumniveaus bei gleichzeitig stetig steigendem Konsumniveau wäre daher nicht mit der CRRA-Nutzenfunktion in Einklang zu bringen. Mehra und Prescott [40] räumen ein, dass es für ein solches Verhalten keine zwingenden ökonomischen Gründe gibt. Epstein und Zin [19] schlagen aus diesem Grund eine Nutzenfunktion der Form

$$U(c_t) = \left((1 - \beta)c_t^\rho + \beta(E_t(U_{t+1}^\alpha))^\frac{\rho}{\alpha} \right)^\frac{1}{\rho} \quad (2.19)$$

vor. Bei einer solchen Funktion sind die Risikoaversion, $1 - \alpha$, und die Elastizität der intertemporalen Substitution, $1/(1 - \rho)$, durch unterschiedliche Parameter bestimmt und daher unabhängig. Für $\alpha = \rho$ vereinfacht sich Funktion (2.19) zu einer CRRA-Nutzenfunktion. Durch die separate Parametrisierung kann zumindest das Risk-Free Rate Puzzle nach Weil [56] aufgelöst werden. Das Equity Premium Puzzle jedoch bleibt auch mit (2.19) für sinnvolle Werte von α und ρ ungelöst.

Eine weitere Klasse von Nutzenfunktion werden in der Literatur mit „Habit Formation“ beschrieben. Constantinides [15] führte eine Nutzenfunktion der Form

$$E \int_0^\infty U(c(t) - x(t)) dt \quad (2.20)$$

ein. Dabei steht $x(t)$ für eine Funktion des Konsums in allen vorangegangenen Perioden und eines fixen Subsistenzniveaus. Nah zurückliegende Perioden werden stärker gewichtet als lange vergangene Perioden. Investoren, die mit einer Nutzenfunktion nach (2.20) ausgestattet sind, reagieren auf Änderungen des aktuellen Konsumniveaus hochsensibel. Constantinides [15] konnte mit Hilfe dieser Modifikation das Puzzle für geringere Werte des Risikoaversionsparameters auflösen. Trotzdem konnte der Ansatz der Habit-Formation-Nutzenfunktionen sich nicht vollständig durchsetzen. Denn trotz eines zahlenmäßig geringen Risikoaversionfaktors ist die resultierende Risikoaversion de facto so hoch, dass es an empirischen Belegen für solche Verhaltensmuster mangelt.

Ein neuer, viel beachteter Ansatz ist die Annahme von Myopic Risk Aversion bzw. kurzfristiger Risikoaversion. Benartzi und Thaler [6] stützen sich mit ihrer Nutzenfunktion auf die Prospect Theory. Eine Kernaussage der Prospect Theory formulieren Kahnemann und Tversky [29]: „Carriers of value are changes of wealth or welfare, rather than final states.“ Die zugehörige Nutzenfunktion geht dementsprechend nicht von der absoluten Vermögenshöhe bzw. Konsumhöhe aus, sondern bezieht sich auf die Vermögensänderung x . Die Prospect-Theory-Nutzenfunktion ist

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha, & \text{wenn } x \geq 0, \\ -\lambda(-x)^\beta, & \text{wenn } x < 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

Die Zahlenwerte für α und β beschreiben die Krümmung der Nutzenfunktion im Gewinn- und Verlustbereich und werden von Kahnemann und Tversky [29] mit je 0,88 angegeben.

λ bezeichnet die Verlustaversion und wird durch Experimente auf 2,25 geschätzt. An die Stelle des klassischen Erwartungsnutzen tritt in der Prospect Theory der „Prospective Utility“ einer Anlage A . Dieser berechnet sich als

$$V(A) = \sum_{i=1}^N \pi_i v(x_i), \quad (2.22)$$

wobei π das Entscheidungsgewicht ist. Das Entscheidungsgewicht ist in der Prospect Theory eine Funktion aus den kumulierten objektiven Wahrscheinlichkeiten (für Details zur Berechnung s. Kahnemann und Tversky [29]). Neben einem Wert von (2.22) erfordert die Anwendung der Prospect Theory die Festlegung einer Evaluationsperiode. Der Begriff unterscheidet sich vom in Praxis und Theorie bekannten Anlagehorizont. Benartzi und Thaler [6] verdeutlichen den Unterschied am Beispiel eines Investors, der bis zu seiner Pensionierung in 30 Jahren in Aktienfonds investiert. Er erhält jedes Jahr einen Performancebericht der Fondsgesellschaft. Zwischenzeitlich informiert er sich nicht über seine Kursentwicklung. Damit hat er trotz 30jährigen Anlagehorizontes eine Evaluationsperiode von 12 Monaten.

Benartzi und Thaler [6] nutzen Aktienkurssimulationen auf Basis von Monatsrenditen für den Zeitraum 1926-1990. Mit den entsprechenden Parametern für Verlustaversion etc. schätzen sie die Länge der Evaluationsperiode, welche das Equity Premium Puzzle auflösen würde und kommen so zu Evaluationsperioden zwischen 11 und 13 Monaten. Ein solches Ergebnis erscheint intuitiv richtig, da die wichtigsten Performanceberichte institutioneller Investoren jährlich erstellt und an Kunden verschickt werden. Der Anlageerfolg auf Jahresbasis spielt daher sowohl für Kunden als auch für das Managementteam, was mehr oder weniger explizit an der Jahresperformance gemessen wird, eine besondere Rolle.

Die Methode von Benartzi und Thaler [6] sowie die Habit-Formation-Modelle wie Constantinides [15] ähneln sich in der asymmetrischen Behandlung von Gewinnen und Verlusten. Benartzi und Thaler [6] argumentieren jedoch für die Realitätsnähe ihres Ansatzes auf Grund der typischen Zusammensetzung der Marktteilnehmer. Da der Aktienmarkt von Pensionskassen, Stiftungen, Fonds und anderen institutionellen Investoren dominiert wird, erscheint die Unterstellung von „Habit Formation“ bezüglich der Konsumhöhe als Nutzenkonzept ungeeignet.

c. Neue Annahmen zum Konsumwachstum

Die Höhe der Equity Risk Premium hängt gemäß (2.18) vom Risikoaversionfaktor und der Schwankungsintensität des Konsumwachstums ab. Wie gezeigt wurde, kann das Puzzle für eine sinnvolle Risikoaversion nicht gelöst werden. Eine Auflösung des Puzzles kann jedoch andererseits durch den Nachweis erbracht werden, dass die tatsächliche Volatilität des Konsumwachstums höher ist als der in Mehra und Prescotts Untersuchungszeitraum gemessene Wert. Die Volatilität des Konsumwachstums wurde in der Literatur beispielsweise mit der Annahme von Katastrophenszenarien oder unterschiedlichen Werten für σ_x von Aktien- und Nicht-Aktienbesitzern behandelt.

Rietz [43] konnte das Equity Premium Puzzle auflösen, sofern Investoren die Möglichkeit eines dramatischen Konsumeinbruchs in einer Periode einpreisen würden. Da solche Vorfälle definitionsgemäß selten sind, wurden sie bei der Berechnung des historischen Parameter σ_x nicht erfasst. Ein Katastrophenereignis müsste mit einer Wahrscheinlichkeit von 1% einen Konsumeinbruch von 25% herbeiführen, um die ERP im Modell in die Höhe der historischen ERP zu treiben. Einen solchen Einbruch des Konsumniveaus hat es in der amerikanischen Wirtschaftsgeschichte bisher nicht gegeben, weshalb die ausschließliche Erklärung des Equity Premium Puzzles mit Katastrophenszenarien nicht überzeugen kann (Mehra und Prescott [41]).

Mankiw und Zeldes [33] sehen eine zu niedrige Konsumschwankung auf Grund der Aggregation der Konsumdaten für alle Personen, welche die Aktienrisikoprämie stark absenkt. De facto besitzt nur ungefähr ein Viertel der Bevölkerung Aktien. Eine Aggregation der Daten wäre nur dann zulässig, wenn der Konsum von Aktienbesitzern genauso schwankend wäre wie jener von Nicht-Aktienbesitzern³. Mit empirischen Daten weisen Mankiw und Zeldes nach, dass die Konsummuster der beiden Gruppen sich stark unterscheiden. Die Varianz des Konsums ist für Aktienbesitzer dreimal größer als für nicht Aktienbesitzer, was in Hinblick auf Formel (2.18) eine ebenso große Erhöhung der ERP bedeutet.

2.6. Die Zukunft der Risikoprämien

Die wichtigsten Forschungsarbeiten der letzten Jahre deuten darauf hin, dass die hohen Aktienrisikoprämien des 20. Jahrhunderts von den Investoren in damaliger Zeit nicht zu erwarten waren. Tatsächlich deutet auch das Equity Premium Puzzle darauf hin, dass für Investoren niedrigere Risikoprämien ausreichen, um einen Anreiz für Aktieninvestments darzustellen.

Von den Versuchen, das Modell von Mehra und Prescott [42] so zu verändern, dass eine ERP in Höhe der Ex-Post-Prämien resultiert, konnte sich keine Erklärung klar durchsetzen. Viele Erklärungsansätze wurden jedoch zumindest als Lösungselemente zur Abschwächung des Equity Premium Puzzles anerkannt. Beachtung gefunden haben vor allem behavioristische Ansätze wie der von Benartzi und Thaler [6]. Die Frage, inwiefern Ex-Post-Prämien, mit denen die Modell-ERPs verglichen werden, zu jeder Zeit den tatsächlichen Investorenerwartungen entsprechen, wird in der Forschung zum Equity Risk Puzzle nur am Rande behandelt. Das Ziel der Anstrengungen ist dort im Wesentlichen eine Modifikation der Annahmen, mit deren Hilfe ERPs in der Größenordnung von 5 bis 6% erzeugt werden können.

Die hohe Diskrepanz zwischen realisierter Ex-Post-Rendite und sinnvoll erwartbarer Ex-Ante-Rendite wird vor allem bei den ERP-Schätzungen mit Fundamentalkennzahlen aufgegriffen. Der Unterschied zwischen beiden Größen und die extrem hohen ERPs der letzten Jahrzehnte werden durch verschiedene Sondereffekte erklärt. Dazu gehören eine langfristige Abwärtstendenz der realen Zinsen bzw. Bondrenditen und eine Bewertungser-

³ Als Nicht-Aktienbesitzer gelten bei Mankiw und Zeldes alle Haushalte, die insgesamt einen Gegenwert von weniger als USD 10000 in Aktien besitzen.

höhung von Aktien besonders in den letzten Jahrzehnten. Für die Bewertungsänderung wurden als Grund die Änderung von gesunkenen Steuern auf Dividenden und Beteiligungen genannt. Eine weitere Erklärung sind gesunkene Renditeerwartungen unter den Investoren, die paradoxerweise in einer Übergangsphase zu hohen Ex-post-ERPs und einem hohen Bewertungsniveau führen.

Schätzungen sehen für die Zukunft nur Risikoprämien von maximal 2 bis 4% (Fama und French [20], Claus und Thomas [12]). Arnott und Bernstein [4] sehen für die nähere Zukunft sogar nur eine rational erwartbare Risikoprämie von 0% oder knapp darunter. Investoren, die Aktienrisikoprämien von mehr als 5% erwarten, wie sie in historischen Untersuchungen und auch vielen Lehrbüchern erscheinen, dürften daher enttäuscht werden. Jeremy Siegel [49], einer der bekanntesten Forscher auf dem Gebiet historischer Renditen, räumt in seinem Buch „Stocks for the long run“ ein, dass die hohen historischen Renditen und Risikoprämien in Zukunft kaum aufrecht erhalten werden können.

Bis zum Jahresende 2008 weisen viele große Aktienmärkte nominale Renditen von 0% für verschiedene vergangene Zeiträume auf. Der japanische Aktienmarkt lieferte von Anfang 1986 bis Ende 2008 und damit fast 23 Jahre eine nominale Rendite von 0%. Der Schweizer und der amerikanische Markt brachten vor 2008 je 10 Jahre⁴ eine Nullrendite und entsprechend negative Risikoprämien. Die aktuellen Kurseinbrüche als Folge der Finanzkrise 2008/2009 verdeutlichen so, dass die gemachten Prognosen Realität werden könnten.

⁴Berechnung mit MSCI Gross TR Indizes, Bloomer-Ticker: GDDLJN Index (Japan), GDDLSZ Index (Schweiz), GDDUUS Index (USA)

3. Der Ansatz der impliziten Renditeerwartungen

Die in Kapitel 2 vorgestellten Methoden zur Erforschung von Risikoprämien decken drei Bereiche ab. Diese sind die historisch beobachtete, die fundamental erwartbare und die theoretisch von den Investoren geforderte Risikoprämie. In diesem Kapitel kommt die ökonomisch implizierte Risikoprämie hinzu, die in der Kategorisierung aus Abschnitt 1.2 der geteilten Prämienschätzungen der Investoren entsprechen. Die implizierte Rendite bezeichnet jene Rendite, die Investoren bei ihrer Portfoliowahl unterstellen müssten, um im Ergebnis zur aktuellen Weltmarktkapitalisierung zu gelangen. Zur Ermittlung muss angenommen werden, dass die überwiegende Mehrheit des weltweiten Vermögens rational nach den Maßgaben der Portfoliotheorie angelegt wird.

Der Ansatz soll im Folgenden von den Wurzeln der modernen Portfoliotheorie hergeleitet werden und im vierten Kapitel dann um Regime erweitert werden.

3.1. Mean-Variance-Portfolioselektion und das CAPM

Harry Markowitz [34] stellte 1952 seine Theorie der Portfolio Selection vor. Die Theorie wurde in viele Richtungen erweitert und verfeinert. Die ursprüngliche These von Markowitz ist, dass Anleger hohe erwartete Renditen schätzen und hohen Standardabweichungen oder Varianzen in den Renditen gegenüber abgeneigt sind. Daraus leitet sich der markowitz'sche Effizienzbegriff für Portfolios ab: Ein Portfolio A ist dann effizient, wenn es bei gegebener Renditeerwartung kein Portfolio B mit einer niedrigeren Standardabweichung oder Varianz gibt. Welches der verschiedenen Markowitz-optimalen Portfolios für einen individuellen Investor geeignet ist, bestimmt sich an Hand der individuellen Risikoaversion. Ein Investor wählt ein Portfolio aus n risikobehafteten Anlagen mit den Gewichtungen w aus, wobei w ein $n \times 1$ -Vektor ist. Ein Investor hat dann eine Nutzenfunktion

$$U(\mu(w), \sigma(w)) = E(\mu(w)) - \frac{\lambda}{2} \sigma(w)^2, \quad (3.1)$$

wobei $E(\mu(w))$ die erwartete Rendite, σ die Standardabweichung der Portfoliorendite und λ der Faktor der Risikoaversion ist. λ misst damit, wie stark die Abneigung der Investoren gegen Schwankungen in den Renditen ist. $E(\mu(w))$ kann geschrieben werden als $\mu'w$, $\sigma(w)^2$ ist gleich $w'\Sigma w$. μ ist dabei der Vektor der erwarteten Renditen für alle n Anlagen im Investment Opportunity Set. Σ ist die $n \times n$ -Kovarianzmatrix dieser Renditen. Es wird davon ausgegangen, dass die Summe der Portfoliogewichte w gleich 1 sein muss. Das entsprechende Optimierungsproblem eines Investors mit der Risikoaversion λ lautet

somit

$$\max_w U(w) = \mu'w - \frac{\lambda}{2}w'\Sigma w. \quad (3.2)$$

$$s.t. w'I = 1. \quad (3.3)$$

Die Lösung des Problems kann mit Hilfe des Lagrange-Ansatzes ermittelt werden. Die Lagrange-Funktion lautet

$$L = \mu'w - \frac{\lambda}{2}w'\Sigma w + \gamma(1 - w'I) \quad (3.4)$$

und führt zu den Bedingungen erster Ordnung

$$\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} - \lambda \Sigma \bullet \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = 0, \quad (3.5)$$

$$1 - (w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_n) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.6)$$

Daraus ergibt sich die Lösung der Markowitzoptimierung als

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ \gamma \end{pmatrix} = D^{-1} \bullet \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

wobei

$$D = \begin{pmatrix} \lambda\sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \lambda\sigma_{1n} & 1 \\ \lambda\sigma_{21} & \ddots & \cdots & \sigma_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \lambda\sigma_{n1} & \cdots & \cdots & \lambda\sigma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

ist. Matrix D setzt sich also zusammen aus der mit λ multiplizierten Korrelationsmatrix Σ mit den Elementen σ_{ij} und einem Vektor für die Restriktion (3.3) in der $n+1$ -ten Zeile und Spalte.

Die Lösung (3.7) liefert ohne weitere Nebenbedingungen oft negative Portfoliogewichte. Für die praktische Umsetzung sind solche Shortpositionen oft ausgeschlossen. Für die Anwendung in der Praxis werden der Optimierung (3.2) daher oft Restriktionen auferlegt.

Im einfachsten Fall sind dies Nichtnegativitätsbedingungen für die Portfoliogewichte, d.h. $w \geq 0$. Häufig angewendet werden des Weiteren Restriktionen zu Länder- und Regionengewichtungen. Die sich daraus für die Rückwärtsoptimierung ergebenden Implikationen werden in Kapitel 3.2.2 aufgegriffen.

Die Gesamtheit der optimalen Kombinationen von Renditeerwartung μ und Standardabweichung σ bilden den oberen Ast einer Hyperbel im μ/σ -Raum (s. Abbildung 3.1). Dieser wird Mean-Variance-Efficient-Frontier genannt.

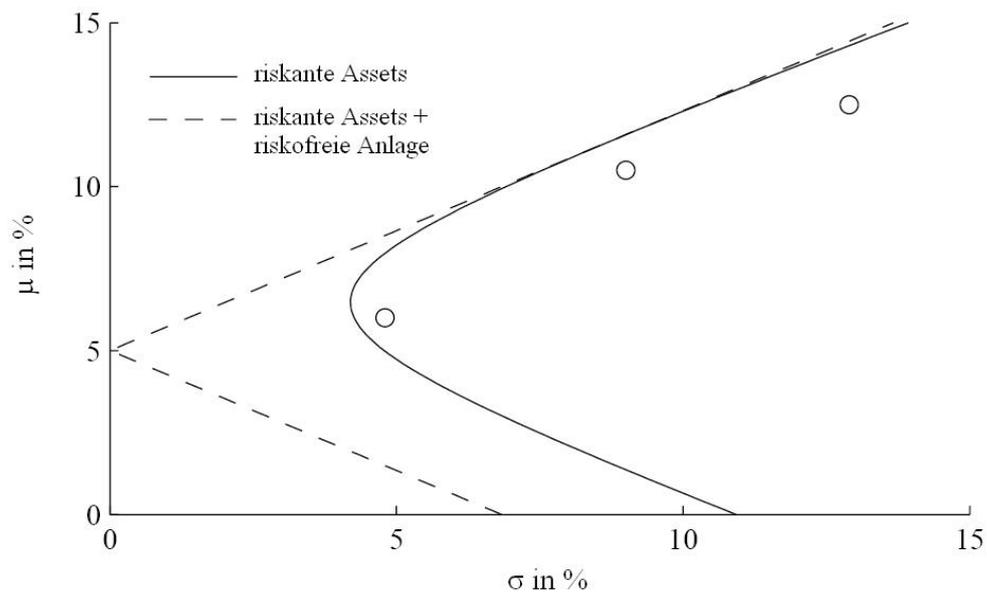


Abbildung 3.1.: Mean-Variance-Frontier mit und ohne risikoloser Anlage

Das Capital Asset Pricing Model (CAPM) setzt bei den Erkenntnissen der Portfoliooptimierung nach Markowitz an. Während die Portfoliotheorie ideale Portfoliogewichte für Investoren herleitet, werden über das CAPM die Preise verschiedener Investments im Gleichgewicht bestimmt. Dieses Gleichgewicht ist dadurch gekennzeichnet, dass sich ein Preis einstellt, bei dem alle gewünschten Kaufs- oder Verkaufstransaktionen am Markt durchgeführt werden. Die Betrachtung von Gleichgewichtspreisen ist im Fall von Finanzanlagen gleichwertig zur Untersuchung entsprechender Renditen.

Das CAPM setzt einige über die Markowitzoptimierung hinausgehende Annahmen. Investoren besitzen alle die gleichen Informationen und basieren ihre Anlageentscheidungen auf dieselbe Renditeerwartung. Zusätzlich wird die Existenz einer risikolosen Anlage mit dem Zinssatz r_f unterstellt. Durch diese Erweiterung zum Markowitzansatz wird aus der Efficient-Frontier in Form eines Hyperbelastes eine Gerade (s. Abbildung 3.1). Diese berührt die Markowitz Efficient-Frontier in einem Punkt. Die Investoren halten unter den gegebenen Voraussetzungen also eine Kombination der risikolosen Anlage und des Tangentialportfolios. Dieses Tangentialportfolio wird allgemein Marktportfolio genannt. Das Verhältnis zwischen risikoloser Anlage und Marktportfolio ist für jeden Investor von der

individuellen Risikoaversion abhängig. Eine Kernaussage des CAPM ist damit, dass das Verhältnis der risikobehafteten Anlagen zueinander für alle Investoren, also unabhängig von der Risikoaversion, gleich dem innerhalb des Marktportfolios ist. Dieses Phänomen wird „two fund separation“ genannt.

Für das effiziente Portfolio der Investoren gilt dann

$$w = \frac{1}{\lambda} \Sigma^{-1} \mu_e. \quad (3.9)$$

Innerhalb des Marktportfolios liegen die Gewichtungen w_{MP} bei

$$w_{MP} = \frac{\Sigma^{-1} \mu_e}{I' \Sigma^{-1} \mu_e} \quad (3.10)$$

und sind damit wie vorher beschrieben unabhängig vom Investor und seiner individuellen Risikoneigung. Die Lösungen (3.9) und (3.10) ergeben sich direkt aus einer Ableitung der Zielfunktion (3.2) ohne Berücksichtigung der Restriktion. Anders als bei (3.7) werden in (3.9) und (3.10) die erwarteten Risikoprämien $\mu_e = \mu - r_f$ und nicht die erwarteten Renditen als Inputs verwendet.

Auf Basis von (3.9) folgt für die Risikoprämie eines Portfolios i , dass

$$\mu_i - r_f = \beta_i (\mu_m - r_f) \quad \text{mit} \quad \beta_i = \frac{\sigma(r_i, r_{MP})}{\sigma^2(r_{MP})}. \quad (3.11)$$

Diese Beziehung kennzeichnet den Preis bzw. die Rendite von risikobehafteten Anlagen im Gleichgewicht. Dies bedeutet, dass, falls Investoren bei ihren Anlageentscheidungen den Regeln der Mean-Variance-Optimierung folgen, im Gleichgewicht die Beziehung (3.11) zwischen Marktrisikoprämie und der Risikoprämie einzelner Anlagen oder Portfolios gilt.

Für die spätere Anwendung in dieser Arbeit muss das Portfolio i als Portfolio für einen gesamten regionalen Aktien- oder Anleihenmarkt interpretiert werden.

3.1.1. Nutzentheoretische Basis

Das Mean-Variance-Prinzip zur Portfolioauswahl wurde von Markowitz [34] ursprünglich nur als intuitiver Leitfaden ohne speziellen nutzentheoretischen Hintergrund formuliert. Für entscheidungstheoretische Probleme wird in der Ökonomie klassischerweise der Erwartungsnutzen als Kriterium herangezogen. Dem Mean-Variance-Ansatz steht daher die theoretisch fundiertere Methode des Erwartungsnutzens gegenüber. Das Optimierungsproblem (3.2) nimmt so die Form

$$\max_w E(U(r)) \quad (3.12)$$

$$s.t. w'I = 1 \quad (3.13)$$

an, wobei r die Periodenrendite bezeichnet. Problem (3.12) führt nicht zwangsläufig auf ein Markowitz-optimales Portfolio. Entscheidend für die Eigenschaften der Lösungsmenge

sind die Art der Nutzenfunktion U sowie die Verteilungsform, über welche der Erwartungswert gebildet wird.

Es gibt zwei Fälle, unter denen auch beim Erwartungsnutzenansatz Portfolios auf der Efficient Frontier resultieren. Erstens geschieht dies bei quadratischen Nutzenfunktionen. Der zweite, wichtigere Fall resultiert bei Normalverteilung der Renditen. Unter dieser Voraussetzung müssen an die Nutzenfunktionen nur schwache Bedingungen gestellt werden. Bei normalverteilten Renditen genügt, dass die Nutzenfunktion monoton wachsend ist, Risikoaversion zeigt, d.h. $U''(r) < 0$, und jedem Wert r ein Nutzenniveau zuweist, damit optimale Portfolios auf der Efficient Frontier folgen. Dies kann unmittelbar nachvollzogen werden, da sich die Normalverteilung komplett durch die ersten beiden Momente beschreiben lässt und konkave Nutzenfunktionen mit der Renditeerwartung wachsen und mit der Varianz sinken (Söderlind [53]).

Die oben genannten Kriterien erfüllen unter anderem die oft genutzten CARA- und CRRA-Nutzenfunktionen. Die CRRA-Nutzenfunktionen spielen in der Literatur wegen vorteilhafter Eigenschaften eine besondere Rolle. Die konstante relative Risikoaversion, aus der sich der Name ableitet, sorgt dafür, dass unabhängig von der Vermögenshöhe eines Investors das Verhältnis zwischen risikolosen und risikobehafteten Anlagen gleich bleibt. Diese Eigenschaft bezüglich der Vermögensabhängigkeit des Anlageverhaltens hat sich empirisch als vergleichsweise realistisch erwiesen. Gemäß Ang und Bekaert [3] ist die Klasse der CRRA-Nutzenfunktionen zum Standard in der Forschung zu Risikoprämien geworden. Dies zeigt sich unter anderem in der Arbeit von Mehra und Prescott [42] (s. Kapitel 2.4).

Nicht nur die analytisch einfach handhabbaren Nutzenfunktionen führen unter der Bedingung der Normalverteilung auf Mean-Variance-optimale Portfolios. Levy und Levy [30] konnten zeigen, dass das Mean-Variance-Portfolio darüber hinaus fast exakt dem optimalen Portfolio gemäß Prospect Theory mit S-förmiger Nutzenfunktion entspricht. Sie stellen fest „one can employ the well-known MV optimization techniques to derive the efficient set for PT investors.“ Dies überrascht, da die Prospect Theory von grundlegend anderen Annahmen als die Mean-Variance-Optimierung ausgeht. Die beiden wichtigsten sind ein Fokus auf relative Vermögensänderungen statt eines absoluten Niveaus und die Abkehr vom Erwartungsnutzen zu Gunsten des subjektiven Prospect-Nutzens. Die Prospect Theory ist die empirisch wahrscheinlich gefestigte Nutzentheorie und wurde über ökonomische Experimente hergeleitet.

Die Annahme der Normalverteilung der Renditen ist in den realen Finanzmärkten nur annähernd gegeben. Die Verteilung der Renditen weist in der Realität Fat-Tails, also eine Häufung von Extremrenditen im Vergleich zur Normalverteilung, auf. Darüber hinaus weisen reale Renditeverteilungen eine signifikante Schiefe auf. Es wird davon ausgegangen, dass Investoren auch Präferenzen bezüglich der Schiefe von Verteilungen besitzen. Es wurden bereits zahlreiche Optimierungsansätze vorgestellt, die nicht nur die ersten zwei Momente Erwartungswert und Varianz, sondern auch das dritte Moment Schiefe berücksichtigen (s. z.B. Campbell, Liechty, Liechty und Müller [11]). Für kurze Zeitperioden ist die Schiefe der Renditeverteilungen jedoch gering. Aus diesem Grund soll in dieser Arbeit weiterhin mit der Annahme der Normalverteilung gearbeitet werden.

Damit ergeben sich aus theoretischer Sicht drei wichtige Argumente für das Arbei-

ten mit dem Mean-Variance-Ansatz gemäß der Nutzenfunktion (3.1). Erstens führt eine Optimierung bei normalverteilten Renditen und CRRA-Nutzenfunktion auch auf Mean-Variance-Lösungen. Die Methode ist damit anschlussfähig an die prominenteste Nutzenfunktion aus der Literatur zur Risikoprämienforschung. Zweitens sind Mean-Variance-optimale Portfolios mit der Prospect-Nutzenfunktion vereinbar. Eine Verwendung des Mean-Variance-Ansatzes ist daher auch vor dem Hintergrund einer experimentell verifizierten und besonders realitätsnahen Nutzentheorie vertretbar. Drittens ist die Mean-Variance-Nutzenfunktion (3.1) besonders einfach und ermöglicht daher im Folgenden ein relativ unkompliziertes Vorgehen.

3.1.2. Reales Investorenverhalten an den Finanzmärkten

Die wissenschaftlichen Kontroversen, welcher Nutzenfunktion in wissenschaftlichen Modellen der Vorzug zu gewähren ist, beschäftigt Forscher weiterhin. Obwohl die Mean-Variance-Betrachtung in der aktuellen Forschung keine zentrale Rolle mehr spielt, ist das Modell für Lehrzwecke an Universitäten und anderen Bildungseinrichtungen dominierend (s. z.B. Behandlung im Lehrbuch von Spremann [54]). Auch in der Praxis bei professionellen Anlegern ist von einer Dominanz der Mean-Variance-Optimierung oder eines ähnlichen Entscheidungskriteriums, bei dem explizit oder implizit Renditeerwartungen einfließen, auszugehen.

Allerdings muss hier klar zwischen den Methoden zur Festlegung einer strategischen Asset Allocation (Assetklassen, Länder etc.) und einer reinen Titelauswahl unterschieden werden. Während für die strategische Asset Allocation in der Praxis Optimierungen angewendet werden, wird die Einzeltitelauswahl meist nur nach titelspezifischen Gesichtspunkten vorgenommen (Drobetz [18]). Da das Ziel in dieser Arbeit die Quantifizierung von Risikoprämien nur auf Ebene von Assetklassen und Märkten ist, wird das Vorgehen mit einer Rückwärtsoptimierung vom praktischen Anlegerverhalten tendenziell gestützt.

Es kann angeführt werden, dass Privatanleger die stringenten Methoden professioneller Anleger bei ihren Anlageentscheidungen vermissen lassen und sich wenig an der modernen Portfoliotheorie orientieren. Tatsächlich wurden empirisch deutliche Abweichungen zwischen dem Verhalten von Privatanlegern und dem portfoliotheoretischen Optimum festgestellt. Zum Beispiel stellen Cocca, Volkart und Schmid [13] empirisch fest, dass die individuellen Portfolios von Privatanlegern fast immer mangelhaft diversifiziert sind. So besaßen im Jahr 2006 ca. 55% der Schweizer Privatanleger in ihren Portfolios nur drei oder weniger Aktien. Eine solche Beobachtung schließt aus, dass eine Mehrheit der Privatanleger gemäß der Portfoliotheorie vorgeht.

Allerdings wird der weitaus größere Teil der Anlagen an den internationalen Finanzmärkten von institutionellen Anlegern verwaltet. Benartzi und Thaler [6] stellen dazu fest „the bulk of assets we are concerned with are held by organizations, in particular pension funds and endowments“. Der Auflistung können weitere institutionelle Investoren wie Versicherungen und Private-Banking-Vermögensverwaltungen hinzugefügt werden.

Diese Erkenntnis ist für eine spätere Umkehroptimierung entscheidend, da hier für die Ermittlung der impliziten Renditen und Risikoprämien auf das reale Investorenverhalten aufgebaut werden muss, um zu realistischen Ergebnissen zu gelangen. Es geht also darum,

wie Anleger handeln und nicht wie sie aus theoretischen Gesichtspunkten optimalerweise handeln sollten.

Reale Optimierungen in der Praxis unterliegen oft Restriktionen in Bezug auf das Vorzeichen oder Minimal-/Maximalwerte der Portfoliogewichte. Die Auswirkungen auf die Rückwärtsoptimierung werden in Abschnitt 3.2 diskutiert.

3.1.3. Internationale Investitionen mit Währungsrisiken

Das im Abschnitt 3.1 beschriebene CAPM ist grundsätzlich ein Inlandsmodell. Bei einer Erweiterung auf den internationalen Kontext tauchen zwei Fragen auf.

Erstens muss gewährleistet sein, dass Menschen in allen Währungsräumen über dieselbe Nutzenfunktion verfügen. Litterman [31] sieht dies als annähernd gegeben an. Zweitens ergeben sich im internationalen Kontext Währungsrisiken, welche das beschriebene CAPM vernachlässigt.

Ein wichtiges Ergebnis zur vereinfachten Konstruktion eines CAPM, das Währungsrisiken berücksichtigt, liefert Black [8] [9] mit dem Modell zum „Universal Hedging“. Er weist darin nach, dass unter der Annahme gleicher durchschnittlicher Risikoaversion in den verschiedenen Währungsräumen und in Abwesenheit von Steuern sowie weiterer internationaler Investitionshindernisse alle Investoren, dieselbe Quote HR ihrer Fremdwährungsanlagen absichern sollten. Diese ist

$$HR = 1 - \frac{1}{\lambda} = \frac{\mu_{MP} - \sigma_{MP}^2}{\mu_{MP} - \frac{1}{2}\sigma_{fx}^2}. \quad (3.14)$$

$1/\lambda$ ist hier die durchschnittliche Risikotoleranz aller Investoren. Die Werte μ_{MP} und σ_{MP} sind der gewichtete Durchschnitt der Exzessrenditen des Marktportfolios und der zugehörigen Standardabweichung aus allen Währungsräumen. σ_{fx}^2 ist die Varianz der Wechselkurse. Auch sie ist ein Durchschnitt aus den Varianzen aller weltweiten Währungspaare. Das erstaunliche an Blacks Entdeckung ist die Tatsache, dass alle Investoren weltweit denselben Anteil ihres Währungsexposures hedgen sollten. Black schätzt die Quote HR gemäß Formel (3.14) auf ca. 77%.

Eine konkrete Möglichkeit zur Umsetzung der Rückwärtsoptimierung bei Vorliegen von Universal Hedging nach Black wird im Detail bei Litterman [31] diskutiert und beispielhaft durchgeführt. Bei dieser Methode steigt die Komplexität stark an, da die Währungsrisiken aus der Perspektive jedes Währungsraums berücksichtigt werden, um ein Gleichgewicht entsprechend des Inlands-CAPMs herzuleiten.

Im empirischen Teil dieser Arbeit sollen Währungsrisiken und die beschriebenen Hedge-Mechanismen ausgeklammert werden. Es wird also davon ausgegangen, dass kein Hedging vorgenommen wird. Dieses Vorgehen kann gerechtfertigt werden, wenn unterstellt wird, dass die Purchasing Power Parity (PPP) zu allen Zeiten hält. In diesem Fall sind Wechselkursfluktuationen nur auf unterschiedliche Inflationsraten zurückzuführen. Reale Wechselkursänderungen kann es unter dieser Bedingung jedoch nicht geben. Das CAPM aus Abschnitt 3.1 ist nach Secru [46] dann auch global anwendbar: „With PPP, real returns are the same everywhere, and therefore the currency or nationality of the investor will obviously not influence portfolio decisions.“

3.2. Elemente der einfachen Rückwärtsoptimierung

Die Möglichkeit einer Ermittlung implizierter Renditen wurde zum ersten Mal von Sharpe [47] im Jahr 1974 in Erwägung gezogen. Die einfache Logik, die dem Ansatz zu Grunde liegt, ist die Suche nach erwarteten Renditen bzw. Risikoprämien, die ein Investor hätte annehmen müssen, um bei einer Optimierung auf eine gegebene Allokation zu kommen. Der Unterschied zur klassischen „Mean-Variance-Vorwärtsoptimierung“ lässt sich nach Sharpe [48] anschaulich wie folgt darstellen. Bei der klassischen Mean-Variance-Optimierung gilt für Dateninput und -output:

$$\text{Erwartete Rendite} + \text{Risiko} + \text{Korrelationen} + \text{Risikoaversion} \\ \rightarrow \text{Optimales Portfolio.} \quad (3.15)$$

Für die Rückwärtsoptimierung wird das optimale Portfolio, jetzt Marktportfolio genannt, zur Inputvariablen:

$$\text{Risiko} + \text{Korrelationen} + \text{Marktportfolio (opt. PF)} + \text{Risikoaversion} \\ \rightarrow \text{Implizierte Rendite (erw. Rendite).} \quad (3.16)$$

Der Ansatz wurde durch das Modell von Black und Litterman [10] aus dem Jahr 1992 popularisiert. Der Ansatz der Rückwärtsoptimierung wird hier im Zusammenhang mit einer robusteren Technik zur Portfoliooptimierung eingesetzt. Gemäß ihrer Empfehlung sollten die impliziten Renditen oder - in der Originalterminologie - „Equilibrium Returns“ mit persönlichen Renditeeinschätzungen des Investors kombiniert werden. Die so berechneten Durchschnittsrenditen dienen im letzten Schritt wiederum als Inputfaktoren einer klassischen Markowitzoptimierung. Im Ergebnis liefert das Verfahren Portfoliogewichte, die je nach Adjustierung der persönlichen Renditeerwartungen des Investors weit weniger oft Portfolios Short-Positionen oder Randlösungen im Fall von Nichtnegativitätsbedingungen liefern. Es muss betont werden das Black und Litterman [10] in ihrem Ansatz keine Untersuchung von Risikoprämien anstreben, sondern die impliziten Renditen lediglich als „neutrale Referenzpunkte“ (Drobeta [18]) für die Ermittlung der Inputrenditen zur Markowitzoptimierung nutzen. Die einzelnen Elemente der Rückwärtsoptimierung müssen daher auf ihre Eignung zur empirischen Untersuchung von Risikoprämien untersucht werden.

3.2.1. Modell zur einfachen Rückwärtsoptimierung

Für die Ermittlung der Risikoprämien soll in dieser Arbeit die einfache Umformung von (3.9) genutzt werden. Dies entspricht der eigentlichen Definition der Gleichgewichtsrenditen nach Drobeta [18] und Black und Litterman [10]. Die implizite Risikoprämie μ_e ist demnach

$$\mu_e = \lambda \Sigma w. \quad (3.17)$$

Wie in Abschnitt 3.1 dargestellt, wird damit die Existenz einer risikolosen Anlage unterstellt. Der Risikoaversionfaktor λ vermag in diesem Fall zwar die Höhe des Überrenditevektors μ_e gesamthaft zu verändern, jedoch ohne die Verhältnisse der einzelnen Überrenditen zueinander zu ändern. Auf (3.17) wird im Rest der Arbeit als einfache Rückwärtsoptimierung verwiesen.

Die einfache Rückwärtsoptimierung geht davon aus, dass der zu Grunde liegenden Optimierung keine Restriktionen auferlegt wurden. Wie bereits erwähnt, stimmt diese Annahme oft nicht. Zagst und Pöschik [57] zeigen, dass bei einer Rückwärtsoptimierung mit Restriktion die Lösung weniger eindeutig wird oder eine Aussage über die impliziten Risikoprämien generell nicht möglich ist. Auch falls die Restriktionen so geartet sind, dass eine Rückwärtsoptimierung möglich ist, kann statt des Vektors μ_e nur noch ein Lösungsintervall angegeben werden. Da dies eine enorme Komplizierung bedeutet und da Aussagen über repräsentative Restriktion kaum möglich sind, ist die Erweiterung von Zagst und Pöschik [57] hier nicht anwendbar.

Im Folgenden soll einzeln auf die in (3.16) bzw. (3.17) genannten Elemente der einfachen Rückwärtsoptimierung eingegangen werden. Diese sind die Inputgewichtungen bzw. der Vektor w , die Risikoaversion λ und die Kovarianzmatrizen Σ .

3.2.2. Portfolio-Gewichte als Inputfaktoren

Ein Kernaspekt der Umkehroptimierung ist die sinnvolle Bestimmung des Vektors w für die Portfoliogewichtungen.

Black und Litterman empfehlen als Inputgewichtungen die Anwendung eines für den Investor passenden Benchmarks (z.B. für weltweit ausgerichtete Investoren den MSCI World Index) oder einer individuellen zu optimierenden Asset Allocation. In der vorliegenden Arbeit dienen die impliziten Renditen jedoch nicht als Basis einer individuellen Portfoliooptimierung, sondern als Schätzwerte für die durchschnittlichen Renditeerwartungen der Investoren an den Finanzmärkten.

Im Sinn der Beschreibung aus Abschnitt 3.2 muss dazu das aus der globalen Anwendung des CAPM resultierende Weltmarktportfolio mit den entsprechenden Gewichtungen genutzt werden. Das Marktportfolio ist jedoch generell unbeobachtbar und muss aus diesem Grund geschätzt werden. Für diese Schätzung werden in dieser Arbeit zwei Varianten angewendet.

Marktkapitalisierung

Das globale Marktportfolio w soll für die erste Variante über die beobachtbare globale Marktkapitalisierung geschätzt werden. Dazu muss jedoch eine Abgrenzung bezüglich der zu berücksichtigenden Assetklassen getroffen werden. Auf Basis der theoretischen Annahmen des CAPM müssten alle risikobehafteten Vermögenskategorien in das Marktportfolio aufgenommen werden. Dazu gehören auch nicht handelbare und nicht teilbare Güter wie das Humankapital (Athanasoulis und Shiller [5], Ibbotson, Siegel und Love [26]). Der Effekt, den das Weglassen einer Vermögenskategorie auf die Ermittlung der impliziten Renditen hat, soll im Folgenden kurz aufgezeigt werden.

Es seien Σ_{MP} und w_{MP} die Kovarianzmatrix bzw. die Gewichtungen des wahren Marktportfolios, das n Anlageklassen umfasst. Eine Schätzung dieses Marktportfolios berücksichtige nur die ersten $n - 1$ Anlagekategorien, sei aber in Bezug auf die übrigen Werte exakt (Σ_{Est} und w_{Est}). Für die Differenz zwischen wahrer ($\mu_{e,MP}$) und geschätzter ($\mu_{e,Est}$) implizierter Rendite der ersten $n - 1$ Kategorien würde dann gelten:

$$\mu_{e,MP} - \mu_{e,Est} = \lambda(\Sigma_{MP,n-1}w_{MP} - \Sigma_{Est}w_{Est}) = \lambda w_{MP,n} \begin{pmatrix} \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,n} \\ \vdots \\ \sigma_{n-1,n} \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Der Term auf der rechten Seite ist der Vektor der Abweichungen, der durch eine fehlende Anlageklasse in der Schätzung entsteht. Diese wächst sowohl mit den Kovarianzen zu den übrigen n Anlageklassen wie auch mit dem Gewicht am tatsächlichen Marktportfolio. Je größer die Anteile der weggelassenen Anlageklassen am tatsächlichen globalen Marktportfolio sind und je höher die Kovarianz zu den übrigen Anlageklassen ist, desto größer wird damit die Abweichung sein, die sich bei den geschätzten impliziten Renditen ergibt.

Ibbotson und Fall [25] und Ibbotson, Siegel und Love [26] entwickelten ein umfassendes Marktportfolio, das neben Bonds und Aktien auch Vermögenswerte wie Rohstoffe und Immobilien enthält. Ähnlich umfassende Werte sind für den Zeitraum 2005 bis 2008 nicht verfügbar. Rohstoffe und Immobilien zusammen bilden zwar einen beträchtlichen Teil der weltweiten Anlagewerte. Betrachtet man jedoch wie in Abschnitt 3.1.2 den realen Anwendungskontext von CAPM-Überlegungen in der Praxis, stellt die Vernachlässigung von Kategorien wie Rohstoffen oder Immobilien keinen großen methodischen Fehler dar. Anders als bei Aktien oder Bonds sind die Preise und damit die Renditen von Rohstoffen und Immobilien nicht hauptsächlich von Anlageinteressen bestimmt, sondern von einem Produktions- oder Nutzungsinteresse von Firmen oder Privatleuten. In der vorliegenden Arbeit werden daher nur Aktien und Bonds berücksichtigt.

Für die Schätzung des globalen Marktportfolios mit Marktkapitalisierungen soll mit zwei Zusammensetzungen gearbeitet werden.

Eine erste Schätzung enthält nur die Kapitalisierungen der Aktienmärkte in den USA, dem Euroraum, Japan und der Schweiz. Dies folgt der verbreiteten Praxis, das Marktportfolio nur über Aktien zu definieren.

Die vier Währungsräume deckten Ende 2008 ca. 90% der weltweiten Aktienkapitalisierung ab und können damit als Näherung an die Weltaktienkapitalisierung gesehen werden. Quartalsweise Kapitalisierungsdaten vom 1.Quartal 2005 bis 4.Quartal 2008 für die Analyse in Kapitel 5 stammen vom Standard & Poor's/Citigroup Broad Market Index Global (S&P/Citi BMI Global).

Da Bonds in diesem Fall nicht berücksichtigt werden, fallen sie bei der beschriebenen Vorgehensweise in den Bereich der risikolosen Anlagen. Dies ist dann plausibel, wenn Investoren beabsichtigen, Bonds bis zur Fälligkeit zu halten und deshalb Kursrisiken vernachlässigen. Für Fremdwährungsanlagen kann dieses Vorgehen mit der unter 3.1.3 beschriebenen Annahme, dass die Kaufpreisparität (PPP) im Durchschnitt hält, begrün-

det werden. In einem solchen Fall sind Wechselkursschwankungen rein nominal und der Rückzahlungsbetrag von Fremdwährungsbonds bleibt real konstant.

Eine zweite Zusammensetzung des Marktportfolios enthält auch Bondbestände in den vier Währungsräumen. Damit wird unterstellt, dass Investoren Bonds zu den risikobehafteten Anlagen zählen. Ein solches Vorgehen wird von Spremann [54] unterstützt. Für den Bondanteil werden die quartalsweisen Länder- und Regionengewichtungen des Merrill Lynch Global Broad Market Index genutzt.

Für die Bestimmung des Verhältnisses zwischen Aktien, Bonds und risikolosen Anlagen bzw. Aktien und risikolosen Anlagen werden Daten des McKinsey Global Institute [37] herangezogen. Diese sind im Gegensatz zu den vorgenannten Quellen nur jährlich verfügbar, weshalb angenommen wird, dass sich die Verhältnisse von Aktienkapitalisierung, Bondkapitalisierung und risikolosen Anlagen unterjährig nicht ändern.

Es ergeben sich so für die beiden Varianten für alle 16 Quartale ein 4×1 -Vektor mit Aktiengewichtungen $w_{Eq/MCap}$ und ein 8×1 -Vektor $(w_{MCap/Bonds} \quad w_{MCap/Eq})$. Beide Varianten werden in Kapitel 5 für die Rückwärtsoptimierungen angewendet.

Die Datengrundlage sowie Zahlenwerte von $w_{MCap/Bonds}$ und $w_{MCap/Eq}$ sind in Abbildung A.2 im Anhang aufgeführt.

Cross-Border Portfolio-Investitionen

Der einfache Marktkapitalisierungsansatz ist abgesehen von Schätzproblemen in Bezug auf die Zusammensetzung und die Datengenauigkeit der Bestandteile mit einer weiteren Schwierigkeit verbunden. French und Poterba [22] stellten 1991 fest, dass Investoren in allen untersuchten Ländern international höchst unzureichend diversifiziert sind. Der Anteil nationaler Aktien am Gesamtaktienbestand lag in ihrer Untersuchung zwischen 79% für Deutschland und 96% Prozent für Japan. Gemäß internationalem CAPM hätten deutsche Aktien auch für deutsche Investoren nur ungefähr 5% des Aktienportfolios, also den Anteil an der internationalen Kapitalisierung, ausmachen dürfen (Telsar und Werner [55]). Das Phänomen konnte bisher noch nicht mit „harten“ ökonomischen Fakten wie Währungsrisiken, Anlagebeschränkungen institutioneller Investoren oder überschätzter Diversifikationspotentiale erklärt werden. Das Phänomen wird daher als „Home Bias Puzzle“ bezeichnet. Erklärungsversuche kommen heute vor allem aus der Behavioral Finance.

Obwohl der Home Bias in den knapp 20 Jahren seit der ersten Feststellung eindeutig zurückgegangen ist, bleibt die Quote der Inlandsinvestments im Aktienbereich weiterhin stark überhöht. Die Annahmen des CAPM und der darauf beruhenden Rückwärtsoptimierung werden durch den bestehenden Home Bias in Frage gestellt.

Den ursprünglichen Nachweis eines Home Bias erbrachten French und Poterba [22] auch über eine Rückwärtsoptimierung. Dabei berechneten sie die impliziten Renditen für einen Gewichtungsvektor mit internationaler Kapitalisierung und mit den inländischen Aktienbeständen. Die Differenz kann als Maßzahl für die Größe des Home Bias interpretiert werden und betrug bis zu 50 Basispunkte.

Der Home Bias ist damit eine wichtige empirische Abweichung von den Anlageregeln des CAPM. Um den Effekt dieser Friktion zu minimieren, wird das Marktportfolio nicht

nur wie oben beschrieben über die Kapitalisierungen in den vier Währungsräumen bestimmt, sondern auch über die grenzübergreifenden Portfolioinvestments bzw. Cross Border Portfolio Investments (CBPI). Für den Zusammenhang zwischen CBPI und normaler Marktkapitalisierung gilt

$$\text{MCap} = \text{Inländische Investments in heimische Wertpapiere} + \text{CBPI}. \quad (3.19)$$

Die hohen inländischen Investments in heimische Wertpapiere sind der Auslöser des hohen Home Bias. Mit der alleinigen Betrachtung des CBPI soll versucht werden, die entstehende Verzerrung teilweise zu eliminieren. Dem liegt die Annahme zu Grunde, dass das Vorliegen eines Home Bias die Anlageentscheidung für Anlagegegenstände im Ausland nicht beeinflusst, so dass diese dennoch nach Mean-Variance-Gesichtspunkten erfolgt. Ein Schweizer Anleger, der es präferiert 60% seines Aktienvermögens in Schweizer Titel zu investieren, würde demnach die Entscheidung über die restlichen 40% explizit oder implizit nach Mean-Variance Überlegungen vornehmen.

Die Daten zu den CBPI stammen von Umfragen des International Monetary Fund [28] und liegen für mehr als 200 Länder jeweils zum Jahresbeginn vor. Da es keine Quartalsdaten gibt, wird bei den Gewichtungsvektoren mit CBPI-Daten angenommen, dass die Verhältnisse unterjährig gleich bleiben. Dasselbe gilt für die Verhältnisse zwischen Aktien, Bonds und risikolosen Anlagen, für welche wiederum die MCGI-Daten genutzt werden. Die CBPI-Zahlen für den Euroraum wurden insofern bereinigt, als dass länderübergreifende Investments innerhalb des Euroraums als Inlandsinvestitionen gewertet wurden. Auch bei den CBPI-Daten wird ein Vektor für ein Marktportfolio, das nur aus Aktien besteht, $w_{CB/Eq}$, und eines, das aus Aktien und Bonds ($w_{CB/Bonds}$ $w_{CB/Eq}$) besteht, für die Rückwärtsoptimierung genutzt.

Die Datengrundlage sowie Zahlenwerte von $w_{CB/Bonds}$ und $w_{CB/Eq}$ sind wiederum unter Abbildung A.3 im Anhang aufgeführt.

3.2.3. Adjustierung der Risikoaversion

Wie bereits im Abschnitt 3.2.1 gezeigt, hängen die impliziten Renditen für die einfache Umkehroptimierung nach (3.17) linear vom gewählten Niveau der Risikoaversion ab. Der Risikoaversionsfaktor λ kennzeichnet in (3.1) den Nutzenverlust, der durch erhöhte Varianz bzw. Volatilität entsteht.

Für die Anwendung der Rückwärtsoptimierung wird ein Zahlenwert für λ benötigt. λ wird als absolute Arrow-Pratt-Risikoaversion bezeichnet. Der Wert ist definiert als

$$ARA = -\frac{U''(w)}{U'(w)} \quad (3.20)$$

und misst die Krümmung einer Nutzenfunktion, welche die Risikoeinstellung der Investoren kennzeichnet. Positive Werte bedeuten eine konkave Nutzenfunktion und damit Risikoaversion, negative Werte entstehen bei konvexen Nutzenfunktionen und markieren Risikoaffinität. Letzteres bedeutet in Bezug auf die Nutzenfunktion (3.1), dass sowohl eine höhere Renditeerwartung auch eine höhere Varianz Nutzen stiften.

Empirische Werte für λ werden in einer Vielzahl von Studien untersucht. In einer ersten Variante soll für die Rückwärtsoptimierungen ein in der wissenschaftlichen Literatur genutzter Wert für λ angewendet werden. Spremann [54] fasst mehrere Studien zusammen und folgert daraus einen durchschnittlichen Wert von λ um 2,5. Dieser Wert wird für die Rückwärtsoptimierungen in Variante eins unterstellt. Auf diesen Ansatz wird in dieser Arbeit als Rückwärtsoptimierung mit statischer Risikoaversion Bezug genommen.

Die zweite Variante adjustiert λ so, dass eine implizierte Risikoprämie der Schweizer Bonds in Höhe der durchschnittlichen aktuellen Yield-to-Maturity abzüglich des risikolosen Zinssatzes entsteht. Diesem Ansatz liegt die Annahme zu Grunde, dass Investoren für die Schätzung der Risikoprämien auf (aus Schweizer Sicht) einheimische Bonds verlässliche Anhaltspunkte haben und keine großen Schätzfehler begehen sollten. λ_{dyn} variiert damit in jedem Quartal, so dass für Schweizer Bonds jeweils eine implizite Risikoprämie in Höhe der aktuellen Marktrisikoprämie $r_{e,CHb}$ entsteht. Die aktuelle Risikoaversion λ_{dyn} kann damit über

$$\lambda_{dyn} = \frac{r_{e,CHb}}{\sum_{i=1}^n \sigma_{CHb,i} w_i} \quad (3.21)$$

berechnet werden und auf (3.17) angewendet werden.

Die Marktrisikoprämie $r_{e,CHb}$ wird jeweils als Differenz der Renditen zwischen einem Schweizer Staatsanleihen-Index und einem Index aller Schweizer Anleihen mit einem durchschnittlichen Rating von AA berechnet¹. Diese zweite Variante wird im Kapitel 5 als Rückwärtsoptimierung mit dynamischer Risikoaversion bezeichnet.

3.2.4. Risiko und Korrelationen

Für den Benchmarkfall der einfachen Rückwärtsoptimierung (3.17) werden die Kovarianzmatrizen mit Hilfe historischer Daten geschätzt. Insgesamt liegen für den Zeitraum von Anfang 2005 bis Ende 2008 16 Kovarianzmatrizen jeweils zum Beginn des Quartals vor. Diese decken für die USA, den Euroraum, Japan und die Schweiz jeweils Aktien und Bonds ab².

Die Kovarianzmatrizen zeigen für den betrachteten Zeitraum nur geringe Veränderungen. Für die Standardabweichungen der Renditen, die quadriert die Diagonalelemente der Matrizen bilden, ergeben sich beispielsweise nur geringe Veränderungen über die 16 Quartale. Der Minimal- und Maximalwert für die Standardabweichung amerikanischer Aktienrenditen liegt für den genannten Zeitraum bei 20,0% bzw. 20,7%. Die 16 mit historischen Daten geschätzten Kovarianzmatrizen lassen sich daher in Form der durchschnittlichen Korrelationen in Abbildung A.1 zusammenfassen.

Auf Grund der geringen zeitlichen Variabilität in den Kovarianzen sind Änderungen in den impliziten Prämien von Quartal zu Quartal (s. Kapitel 5) hauptsächlich auf Änderungen in der Zusammensetzung der Gewichtungsvektoren w (s. 3.2.2) zurückzuführen.

Im Kapitel 4 wird neben der Modellentwicklung einer Rückwärtsoptimierung mit Regime-Switching auch die Berechnung der regimeabhängigen Kovarianzmatrizen skizziert.

¹Restlaufzeit je 3 Jahre, Bloomberg-Ticker: GSWISS03 Index (Govt.), C2784Y Index (AA-Rating)

²Berechnung auf Basis der jeweiligen Datastream Government Bond und MSCI Total Return Indizes.

4. Einführung von Regime-Switching

Dass sich an den Finanzmärkten ruhige und turbulente Phasen abwechseln, ist in der Praxis schon lange bekannt. Die Begriffe Bullen- und Bärenmarkt sind längst nicht mehr nur dem Fachvokabular von Börsenhändlern und anderen Praxisexperten zuzuordnen. Auch in der Finanzmarkttheorie hat die Idee von längeren ruhigen oder turbulenten Phasen unter dem Begriff der Regime hohe Popularität erlangt und ist mittlerweile neben klassischen Modellen wie dem Random-Walk fest etabliert. Den Beginn für die wissenschaftliche Behandlung von Regimen machte die Veröffentlichung von Hamilton [24] im Jahr 1989.

In diesem Abschnitt werden die unter 3.2.1 vorgestellten Elemente einer einfachen Rückwärtsoptimierung um eine Berücksichtigung von Regimen erweitert. Dazu notwendig ist die Berechnung unterschiedlicher Kovarianzmatrizen für verschiedene Regime und die Herleitung einer zu (3.17) analogen Rückwärtsoptimierung mit Regimen. Ersteres wird im Abschnitt 4.1 skizziert. Die besonderen Eigenschaften der so geschätzten Kovarianzmatrizen werden in Abschnitt 4.2 diskutiert. Die Herleitung des Modells zur Rückwärtsoptimierung mit Regimen folgt in 4.3.

4.1. Theorie des Regime-Switching-Modells

Hamilton [24] führte den Ansatz des Regime-Switchings in Bezug auf unterschiedliche Regime des GDP-Wachstums ein. Die Methode hat seitdem in der Charakterisierung von Finanzmärkten weitreichende Anwendung gefunden.

Obwohl die Anzahl der Regime theoretisch nicht begrenzt ist, geht man, wie in der Kapiteleinleitung beschrieben, üblicherweise von zwei Regimen aus, mit denen sich verschiedene Marktphasen charakterisieren lassen. Jedes einzelne Regime ist charakterisiert durch einen Vektor der erwarteten Renditen μ_s und eine zugehörige Kovarianzmatrix $\Sigma(s)$. Es wird hier für jedes Regime eine multivariate Normalverteilung über n Anlagekategorien unterstellt. Je nachdem, welches Regime vorherrscht, werden die n Renditen zufällig aus der Verteilung für Regime 1 oder Regime 2 gezogen. Für den Rest der Arbeit wird das Regime $s = 1$ als Hochvolatilitätsregime und $s = 2$ als Niedrigvolatilitätsregime definiert.

Die Charakterisierung eines Regime-Switching-Modells benötigt neben einer Beschreibung der Einzelregime Informationen zu den Aufenthalts- und Übergangswahrscheinlichkeiten der beiden Regime.

Welches Regime in der vergangenen Periode realisiert wurde, beschreibt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Die bedingte Aufenthaltswahrscheinlichkeit für ein Regime i ist $p_{it} = P[s_t = i | \Phi_{t-1}]$. Die Bedingung Φ_{t-1} ist die sogenannte Historie, also die gesammelte Information über alle relevanten vergangenen Werte bis zum Zeitpunkt t .

Die Übergangswahrscheinlichkeiten beschreiben die Wahrscheinlichkeiten, welches Regime in der nächsten Periode realisiert wird. Sie werden über einen Markov-Prozess definiert, so dass gilt

$$P[s_t = 1 | s_{t-1} = 1] = p, \quad (4.1)$$

$$P[s_t = 1 | s_{t-1} = 2] = 1 - p, \quad (4.2)$$

$$P[s_t = 2 | s_{t-1} = 2] = q, \quad (4.3)$$

$$P[s_t = 2 | s_{t-1} = 1] = 1 - q. \quad (4.4)$$

Die Basis für die Schätzung der notwendigen Parameter eines Regime-Switching-Modells bildet ein Mehrfaktormodell zur Bestimmung der erwarteten Renditen der betrachteten Anlageklassen.

$$y = \beta x + \varepsilon \quad (4.5)$$

Dabei ist y ein $n \times 1$ -Vektor der erwarteten Renditen, β ist eine $n \times k$ -Matrix der Faktorladungen, x ist der $k \times 1$ -Faktorenvektor und ε ein $n \times 1$ -Vektor mit Fehlern. Die entsprechende Kovarianzmatrix Σ_y der erwarteten Renditen ist dann

$$\Sigma_y = \beta \Sigma_x \beta + \Sigma_\varepsilon. \quad (4.6)$$

Die Residuenmatrix Σ_ε ist bei Eignung des Modells diagonal, d.h. die Fehler sind unkorreliert. Der Zusammenhang aus Formel (4.6) erlaubt eine Schätzung der Kovarianzmatrizen von y über die Faktoren. Da normalerweise weniger Faktoren x als Anlagekategorien vorliegen, verspricht dies einfachere und robustere Schätzungen.

Oben beschrieben wurde der Fall ohne Regime. Mit Regimen sind die Faktoren und Faktorladungen abhängig vom herrschenden Regime und es gilt dementsprechend:

$$\Sigma_y(s_t) = \beta(s_t) \Sigma_x(s_t) \beta(s_t) + \Sigma_\varepsilon(s_t). \quad (4.7)$$

Die konkrete Schätzung der regimeabhängigen Kovarianzmatrizen, Übergangswahrscheinlichkeiten und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten erfolgt nach dem Maximum-Likelihood-Prinzip. Über ein rekursives System können alle relevanten Parameter der Regime in eine Maximum-Likelihood-Funktion eingebunden werden, was die Schätzung stark erleichtert.

Für Details zum Vorgehen bei der Maximum-Likelihood-Schätzung sei auf die ausführlichen Erklärungen bei Schwendener [45] verwiesen.

Für die Schätzung der Regime in der vorliegenden Arbeit wurden fünf Faktoren verwendet: Ein Aktienfaktor, gebildet aus den Überrenditen eines Weltaktienindex, ein Bondfaktor aus den Überrenditen eines Weltanleihenindex und je einem Währungsfaktor für die Währungspaare CHF/EUR, CHF/USD und CHF/JPY. Einen Nachweis für die Signifikanz der Faktoren und die Güte des Modells erbringt Schwendener [45].

4.2. Eigenschaften der geschätzten Regime

Für die Rückwärtsoptimierung mit Regime-Switching liegen quartalsweise Daten von Anfang 2005 bis Ende 2008 vor¹. Anders als für die einfache Rückwärtsoptimierung mit statischen Kovarianzmatrizen (s. Abschnitt 3.2.4) werden, wie im vorangehenden Abschnitt beschrieben, zur vollständigen Definition des Regime-Switching Modells auch Schätzungen der Übergangs- und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten benötigt.

Sowohl Regime 1 als auch Regime 2 zeigen für alle 16 Schätzungen wenig Änderungen im Zeitablauf. Die Ergebnisse können deshalb ohne bedeutenden Informationsverlust im Durchschnitt ausgewertet werden. Zur einfacheren Interpretation werden die durchschnittlichen regimeabhängigen Kovarianzmatrizen $\Sigma(1)$ und $\Sigma(2)$ in Abbildung A.1 als Korrelationsmatrizen dargestellt. Der markanteste Unterschied zwischen beiden Regimen ist die durchschnittlich mehr als 10 Prozentpunkte höhere Volatilität der Aktienrenditen im Regime 1. Die Bondvolatilitäten sowie die Kovarianzen unter den Bonds der vier Währungsräume unterscheiden sich in beiden Regimen auf Grund der Schätzsystematik nicht (in Abbildung A.1 grau hinterlegt).

Die Regime können nicht nur unterschiedliche Volatilitäten der Aktienrenditen erfassen, sondern auch spezielle marktphasenabhängige Korrelationsmuster. Schwendner [45] nennt drei empirische Finanzmarktphänomene, die auch an Hand von Abbildung A.1 zu Tage treten:

Decoupling Das Absinken der Korrelationen zwischen Aktien und Anleihen in Krisenzeiten wird als Decoupling bezeichnet. Gemäß der durchschnittlichen regimeabhängigen Korrelationen liegt zum Beispiel die Korrelation zwischen amerikanischen Aktien und Bonds (USs und USb) im ruhigen Regime 2 bei 0,708. In Regime 1 sinkt der Wert auf 0,584. Der Effekt ist für die anderen Währungen ähnlich, so dass in den vorliegenden Daten tatsächlich ausgeprägtes Decoupling beobachtet werden kann.

Contagion Während die Korrelationen zwischen Aktien und Anleihen in der Krise oft sinken, steigen die Korrelationen zwischen verschiedenen Aktienmärkten stark an. Für Investoren ist dieser Effekt wichtig, da die Korrelation gerade dann steigt, wenn aus Diversifikationsgründen eine niedrige Korrelation erwünscht wäre, um die hohen Kursvolatilitäten abzufangen. Beispielhaft kann hier die Beziehung zwischen europäischen und US-Aktien betrachtet werden. In volatilen Phasen steigt die Korrelation hier von 0,713 auf 0,917 an und verringert so das Diversifikationspotential deutlich.

CHF als Safe Haven Der Schweizer Franken wird in Krisenzeiten oft als Wertaufbewahrungsmittel oder auch „sicherer Hafen“ genutzt und gewinnt so in diesen Zeiten regelmäßig an Wert. Diese Tendenz hat sich auch während der Wirtschaftskrise

¹Ich danke in diesem Zusammenhang sehr herzlich Herrn Alvin Schwendener und Herrn Prof. Dr. Karl Frauendorfer vom Institute für Operations Research und Computational Finance der Universität St. Gallen für die Berechnung und Bereitstellung der für diese Arbeit benötigten Kovarianzmatrizen, Übergangs- und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten.

2008 an den Devisenmärkten bestätigt. Der Schweizer Franken schloss das Jahr 2008 nach zwischenzeitlich noch größeren Gewinnen mit +10,6% gegenüber dem Euro und +6,2% gegenüber dem US-Dollar ab. In Abbildung A.1 zeigt sich der Safe-Haven-Effekt in den negativen Korrelationen der Schweizer Anleihen zu allen Aktienmärkten im Regime 1. Das Vorliegen eines solchen Währungseffektes steht im Widerspruch zu den im Abschnitt 3.1.3 gemachten Annahmen bezüglich des internationalen CAPM und muss daher bei der Ergebnisauswertung in Kapitel 5 weiter untersucht werden.

Die Möglichkeit, die genannten drei Effekte zu berücksichtigen, ist ein starkes Argument für die Realitätsnähe von Regime-Switching-Modellen.

Die in dieser Arbeit verwendeten Übergangswahrscheinlichkeiten beschreiben die Wahrscheinlichkeit eines Regimewechsels im auf den Quartalsanfang folgenden Monat. Abbildung 4.1 stellt die p (Persistenz 1) und q (Persistenz 2), also die Wahrscheinlichkeit, dass ein herrschendes Regime andauert, über den Untersuchungszeitraum dar.

Die Werte bleiben für beide Regime im Zeitverlauf sehr konstant. Die Persistenz ist für die Marktlage mit niedrigen Volatilitäten (Regime 2) permanent höher als für die Marktphase mit hohen Volatilitäten (Regime 1). Die leichte Erhöhung der Persistenz in Regime 1 ab Anfang 2008 deutet darauf hin, dass das Schätzmodell für die Regime relativ präzise den Beginn eines anhaltenden Bärenmarktes an den Finanzmärkten, der mit der Verschärfung der Finanzkrise einherging, identifizieren kann.

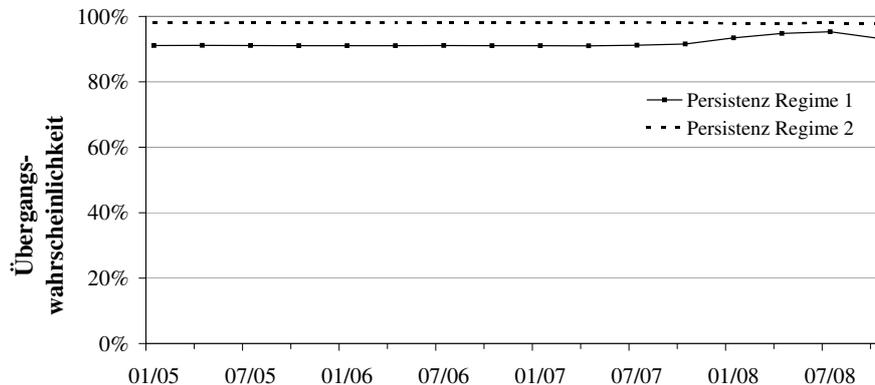


Abbildung 4.1.: Persistenz der Regime (p und q)

Vor allem die geschätzten Aufenthaltswahrscheinlichkeiten für die 16 Beobachtungspunkte vermögen den Beginn der Finanzkrise relativ exakt nachzuzeichnen. Während die Wahrscheinlichkeit, dass das Hoch-Volatilitätsregime 1 herrscht, sich bis Mitte des Jahres 2007 bei ungefähr 20% bewegt, kommt es bis Anfang 2008 zu einem sprunghaften Anstieg auf knapp unter 100% (s. Abbildung 4.2). Die Finanzmärkte befinden sich damit während des gesamten Jahres 2008 gemäß Schätzung fast sicher im Regime 1.

Damit lässt sich zusammenfassen, dass die vorliegenden Regimeschätzungen das reale

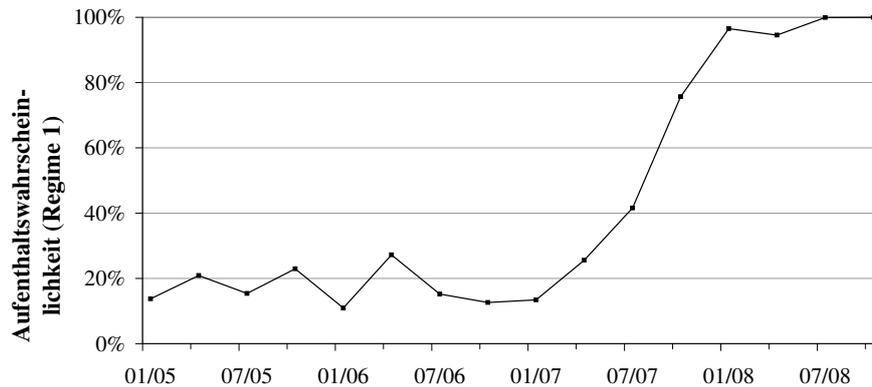


Abbildung 4.2.: Aufenthaltswahrscheinlichkeit für Regime 1 ($P[s_t = 1 | \Phi_{t-1}]$)

Finanzmarktgeschehen von 2005 bis 2008 wesentlich exakter beschrieben haben als der Benchmarkfall mit nur einem Regime. Da die Existenz verschiedener Marktphasen mit unterschiedlichen Volatilitäten sowie den drei Korrelationseffekten in Theorie und Praxis bekannt sind, ist die Annahme, dass das Wissen – entweder implizit oder mit expliziten Modellen – auch bei der praktischen Anlageentscheidung genutzt wird, gerechtfertigt.

4.3. Modell zur Rückwärtsoptimierung mit Regimen

Ansetzend bei den obigen Ausführungen soll im Folgenden davon ausgegangen werden, dass Investoren sich der Existenz von verschiedenen Regimen in den Finanzmärkten bewusst sind und diese daher bei ihrer Asset-Allocation-Entscheidung berücksichtigen.

Genau wie das CAPM der einfachen Rückwärtsoptimierung (3.17) zu Grunde liegt, benötigt auch die Rückwärtsoptimierung mit Regimen eine Entscheidungsregel der Investoren, die umgekehrt werden kann.

Die wachsende Popularität von Regime-Switching-Ansätzen hat dazu geführt, dass heute viele Varianten einer Portfoliooptimierung mit mehreren Regimen bekannt sind (z.B. Frauendorfer und Siede [21]).

Für die Herleitung einer Rückwärtsoptimierung wird hier beim Ansatz von Ang und Bekaert [3] angesetzt. In ihrem Ansatz zur Portfoliooptimierung gehen sie von einem Investor aus, der über mehrere Perioden optimiert. Anders als beispielsweise bei Frauendorfer und Siede [21] wird davon ausgegangen, dass Investoren zu jedem Zeitpunkt sicher wissen, ob an den Finanzmärkten in der vergangenen Periode Regime 1 oder Regime 2 herrschte. Dies vereinfacht das Modell merklich und verringert für mehrere Perioden den Rechenaufwand.

Zum Unterschied von Sicherheit zum Fall der Unsicherheit über das herrschende Regime stellen Ang und Bekaert [3] fest: „Under the alternative assumption where investors are uncertain about the regimes, the effects of regime-switching would be weaker since

the regime-dependent solutions would deviate less from the i.i.d. [independent and identically distributed] solution.“ In diesem Sinne ist das vorliegende Modell ein Extremfall, der stärkere Abweichungen zum Fall einfacher normalverteilter Renditen liefert als der Fall mit Regimeunsicherheit.

Wie in Abschnitt 4.2 dargestellt, zeigen die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten in fast allen Quartalen mit hohen Wahrscheinlichkeiten das Vorherrschen je eines der Regime an. Nur während einer kurzen Übergangsphase Mitte 2007 treten Werte auf, die nicht sehr eindeutig auf ein Regime hindeuten. Für die Festlegung des herrschenden Regimes wird daher vereinfachend angenommen, dass bei einer Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P[s_t = 1|\Phi_{t-1}] \geq 0,5$ Regime 1 herrscht und sonst Regime 2.

Anders als im Originalmodell wird in dieser Arbeit nur von einer einperiodigen Optimierung ausgegangen. Dies bedeutet für Ergebnisse eine weitere Verschärfung. Da bei mehrperiodigen Portfoliooptimierungen die Transaktionskosten von Verschiebungen in späteren Perioden berücksichtigt werden können, kann so eine Annäherung der Ergebnisse an die einfache Markowitzoptimierung bzw. einfache Rückwärtsoptimierung erreicht werden. Die Antizipation möglicher Umschichtungen und die damit verbundene Annäherung unter den beiden Regimen fällt in einperiodigen Optimierungen weg.

Die Annahmen, dass das realisierte Regime sicher bekannt ist und dass nur über eine Periode optimiert wird, bedeuten für die Rückwärtsoptimierung eine einfache und eindeutige Lösbarkeit, andererseits jedoch auch relativ extreme, sprunghafte Änderungen der Prämien zum Regimewechsel.

Ang und Bekaert [3] gehen für ihr Modell von einem Investor mit CRRA-Nutzenfunktion aus. Um die Anschlussfähigkeit an das Modell (3.17) zu gewährleisten wird diese hier durch die Mean-Variance-Nutzenfunktion (3.1) ersetzt.

Unter der Voraussetzung, dass sich das System im Regime i befindet, bekommt das Optimierungsproblem die Form

$$\max_w \sum_{j=1}^K P[s_t = j | s_{t-1} = i] \left(\mu'_j w - \frac{\lambda}{2} w' \Sigma(i) w \right), \quad (4.8)$$

was der Optimierung in der letzten Periode der mehrperiodigen Optimierung nach Ang und Bekaert [3] entspricht.

Das einperiodige Modell ist für eine Mean-Variance-Nutzenfunktion einfach analytisch lösbar. Für den vorliegenden Fall von zwei Regimen lautet die Bedingung erster Ordnung

$$0 = \begin{cases} p(\mu_1 - \lambda \Sigma(1)w) + (1-p)(\mu_2 - \lambda \Sigma(2)w), & \text{wenn } P[s_t = 1 | \Phi_{t-1}] \geq 0,5 \\ (1-q)(\mu_1 - \lambda \Sigma(1)w) + q(\mu_2 - \lambda \Sigma(2)w), & \text{wenn } P[s_t = 1 | \Phi_{t-1}] < 0,5. \end{cases} \quad (4.9)$$

Die Lösungen für implizit erwarteten Risikoprämien in Regime 1 und Regime 2 sind somit, wie zu erwarten war,

$$\mu_1 = \lambda \Sigma(1)w \quad (4.10)$$

$$\mu_2 = \lambda \Sigma(2)w. \quad (4.11)$$

Die Berechnungen entsprechen damit genau der Vorgehensweise bei nur einem Regime (s. Formel (3.17)). Nach dem Optimierungsproblem (4.8) handelnde Investoren erwarten jedoch für die Zukunft effektiv einen Durchschnitt von μ_1 und μ_2 , da sie nicht sicher über das in der kommenden Periode auftretende Regime sind.

Unter der Annahme, dass $\mu_1 = \mu_2 = \mu_{Reg}$ führt (4.9) auf diesen effektiven Wert:

$$\mu_{Reg} = \begin{cases} p\lambda\omega'\Sigma(1) + (1-p)\lambda\omega'\Sigma(2), & \text{wenn } P[s_t = 1|\Phi_{t-1}] \geq 0,5 \\ (1-q)\lambda\omega'\Sigma(1) + q\lambda\omega'\Sigma(2), & \text{wenn } P[s_t = 1|\Phi_{t-1}] < 0,5. \end{cases} \quad (4.12)$$

Die implizit erwarteten Werte für die kommende Periode sind damit die mit den Übergangswahrscheinlichkeiten gewichteten Durchschnitte aus μ_1 und μ_2 .

Der Unterschied zwischen den Formeln (4.10) und (4.11) sowie (4.12) liegt in der jeweiligen Bedingung, unter welcher die Risikoprämie implizit erwartet wird. Die Ergebnisse (4.10) und (4.11) sind die implizit erwarteten Risikoprämien, falls in der kommenden Periode sicher Regime 1 bzw. Regime 2 realisiert wird. Es handelt sich also um die zugehörigen Erwartungswerte zur Verteilung 1 und 2. Formel (4.12) ist im Gegensatz dazu die implizit erwartete Risikoprämie der nächsten Periode ohne feste Bedingung an das zukünftig realisierte System. Gemäß des Modells ist hier jedoch das vergangene Regime bekannt. Da Investoren das gesamte Regime-Switching-Modell kennen, werden sie bei ihrer Erwartung für die nächste Periode die Möglichkeit eines Regime-Wechsels gemäß Formel (4.12) berücksichtigen.

Bei der Auswertung in Kapitel 5 wird der Schwerpunkt auf Formel (4.12) liegen. Diese wird im Rest der Arbeit als Rückwärtsoptimierung mit Regimen bezeichnet.

Für den Gewichtungsvektor w werden dieselben Werte verwendet, wie sie im Abschnitt 3.2.2 im Zusammenhang mit der einfachen Rückwärtsoptimierung beschrieben wurden. Auch für die Risikoaversion werden die Verfahren angewendet, die in Abschnitt 3.2.3 vorgestellt wurden.

5. Empirische Risikoprämien mit Rückwärtsoptimierungen

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der in Kapitel 3 und 4 entwickelten Modelle ausgewertet und eingeordnet. Dabei werden in Abschnitt 5.1 zuerst die Ergebnisse der einfachen Rückwärtsoptimierung diskutiert. Bereits hier ergeben sich viele Resultate, die auch für die Rückwärtsoptimierung mit Regimen gültig sind. Auf Basis dessen werden in Abschnitt 5.2 die Unterschiede der Rückwärtsoptimierung mit Regimen herausgearbeitet. In 5.3 werden die so gewonnen Erkenntnisse bestehendem Wissen und wissenschaftlichen Ergebnissen über die Risikoprämien gegenübergestellt.

5.1. Einfache Rückwärtsoptimierung

Da unterschiedliche Spezifikationen für die Gewichtungsvektoren (s. Abschnitt 3.2.2) und die Behandlung der Risikoaversion (s. Abschnitt 3.2.3) festgelegt wurden, existieren diverse Varianten zur einfachen Rückwärtsoptimierung. Diese Effekte der unterschiedlichen Gewichtungsvektoren sollen zuerst unter der Annahme eines fixen Risikoaversionfaktors von $\lambda = 2,5$ diskutiert werden.

Abbildung 5.1 zeigt die impliziten (Log-)Risikoprämien μ_e für verschiedene Gewichtungsvektoren im 1. Quartal 2005. In Bezug auf die Gewichtungsvektoren sind die Effekte zu diesem Zeitpunkt repräsentativ für die gesamte Untersuchungsperiode (s. Abbildung A.4 für die vollständigen Zahlenwerte von 1.Q 05 - 4.Q 08). Die Abbildung offenbart im Wesentlichen zwei Zusammenhänge.

Erstens, die Abweichungen zwischen den mit Marktkapitalisierungen und den mit Cross-Border-Portfolio-Investments berechneten Prämien sind relativ gering, zeigen aber in die intuitiv zu erwartende Richtung. Für das Marktportfolio aus Aktien und Bonds liegen die impliziten Risikoprämien für europäische und Schweizer Aktien um ca. 10 Basispunkte über den mit Marktkapitalisierungen ermittelten Werten, für amerikanische und japanische Aktien liegen sie in derselben Größenordnung darunter. Dies ist zu den wissenschaftlichen Ergebnissen zum Home Bias (z.B. von French und Poterba [22] konsistent, die gerade für Japan und die USA eine besonders hohe Inlandsquote für Portfolioinvestitionen feststellen. Im Bondbereich steigen die Risikoprämien bei der Anwendung der CBPI für US-Bonds, sinken aber für japanische Bonds. Hier lässt sich die Veränderung auf die Höhe der jeweiligen Zinssätze im betrachteten Zeitraum zurückführen. Die niedrigen japanischen Zinsen führen tendenziell dazu, dass die CBPI gering waren und die impliziten Prämien gegenüber der Berechnung mit Marktkapitalisierungen zurückfallen. Das Umgekehrte trifft auf US-Bonds und die entsprechenden impliziten Prämien zu.

Obwohl die beschriebenen Prämienunterschiede zwischen CBPI und Marktkapitalisierung gering sind, hilft die Anwendung der CBPI-Gewichtungen somit offenbar, einen Teil der Verzerrung, die durch den Home Bias entstehen, zu beseitigen. Da die Unterschiede keine bedeutende Größe haben, werden im Rest dieses Kapitels, sofern nicht anders vermerkt, nur noch die mit Gewichten gemäß Marktkapitalisierung berechneten Prämien diskutiert. Die auf Basis der CBPI berechneten Werte finden sich jeweils im Anhang.

Die zweite Erkenntnis aus Abbildung 5.1 betrifft den Effekt, den eine Zusammensetzung des Marktportfolios aus nur Aktien (*Eq*) auf der einen Seite sowie Aktien und Bonds (*Eq/Bonds*) auf der anderen Seite auf die impliziten Risikoprämien ausübt. Wie zu erwarten war, ist diese Annahme von entscheidender Bedeutung. Im Fall *Eq/Bonds* fallen die impliziten Risikoprämien wesentlich höher aus als bei einem nur aus Aktien bestehenden Marktportfolio. Da gemäß Abbildung A.2 im Fall *Eq* nur 31,7% des Gesamtvermögens in risikobehaftete Anlagen investiert worden wäre, bei *Eq/Bonds* aber 83,0% (s. Abbildung A.2, 1.Q. 2005), muss das höhere Risiko mit höheren Renditeerwartungen bzw. Prämienexpectationen der Investoren verbunden sein. Andernfalls kann die Bedingung einer Risikoaversion von $\lambda = 2,5$ in beiden Fällen nicht erfüllt bleiben. Für Schweizer Aktien beträgt die Erhöhung der impliziten Prämien durch Definition von Bonds als Risikoanlage im 1. Quartal 2005 43 Basispunkte, für US-Aktien liegt die Erhöhung sogar bei 88 Basispunkten.

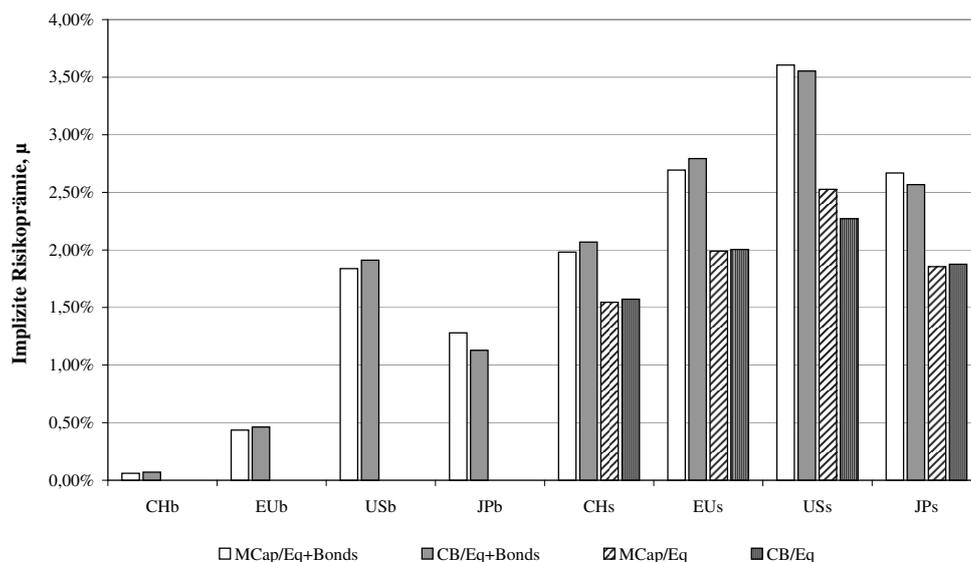


Abbildung 5.1.: Implizite Risikoprämien bei verschiedenen Gewichtungsvektoren (fixe Risikoaversion, 1.Q. 05)

Die Höhe der ermittelten impliziten Prämien entspricht über den gesamten Zeitraum in der Größenordnung den in den Abschnitten 2.3 und 2.4 diskutierten Werten. Jedoch liegen die Werte signifikant unter den historisch realisierten Risikoprämien, die in 2.2

vorgestellt wurden.

Wie Abbildung A.4 zeigt, sind die Prämien bei der einfachen Rückwärtsoptimierung im Zeitverlauf relativ konstant. Leichte Erhöhungen der Werte zeigen sich in den Jahren 2007 und 2008. Generell sind die Änderungen jedoch schwach, was auf eine relativ träge Reaktion der historischen Kovarianzen und Varianzen auf die turbulenteren Märkte zurückzuführen ist.

Besonders die Ergebnisse bezüglich des Einflusses verschiedener Gewichtungsvektoren auf die Werte für μ_e gelten analog auch für die Rückwärtsoptimierung mit Regimen und werden daher im folgenden Abschnitt nicht mehr im Einzelnen aufgegriffen.

Bisher wurden ausschließlich die Ergebnisse der Rückwärtsoptimierung mit statischer Risikoaversion betrachtet. Bei der Rückwärtsoptimierung mit dynamischer Risikoaversion wird die Risikoaversion zu einer Variablen und stattdessen die Risikoprämie auf Schweizer Bonds fixiert. In Abbildung 5.5 ist der Verlauf der Risikoaversion für die einfache und die regimeabhängige Rückwärtsoptimierung wiedergegeben. Bis zum dritten Quartal 2007 liegen so die dynamischen Risikoaversionsfaktoren der einfachen Rückwärtsoptimierung zwischen 5 und 9. Angesichts der mit wissenschaftlicher Literatur begründeten Spezifikation der statischen Risikoaversion von $\lambda = 2,5$ sind diese Werte relativ risikoavers. Von diesem bereits hohen Niveau steigen die Werte im vierten Quartal 2007 mit dem Regimewechsel nochmals stark an. Im zweiten Quartal 2008 erreicht die Risikoaversion mit knapp 60 ihr Maximum. Parallel dazu steigen auch die impliziten Risikoprämien stark an und erreichen mit ca. 85% für amerikanische Aktien unrealistisch hohe Werte (s. Abbildung A.4).

Eine weitergehende Interpretation der Rückwärtsoptimierung mit dynamischer Risikoaversion wird in Abschnitt 5.3 vorgenommen.

5.2. Rückwärtsoptimierung mit Regimen

Die Formeln (4.10) und (4.11) kennzeichnen die implizit erwarteten Risikoprämien für eine sichere Realisierung von Regime 1 und 2. Abbildung 5.2 zeigt die impliziten Risikoprämien am Beispiel der entsprechenden Werte für das 1.Quartal 2005 (Berechnung mit Marktportfolio *Eq/Bonds*). Die Prämien für das Regime 1 liegen für die Aktienmärkte offensichtlich 400 bis 500 Basispunkte über jenen für Regime 2. Auch im Anleihenbereich steigen die Werte bis auf jene für Schweizer Bonds an. Die Tatsache, dass bei Schweizer Bonds für das Regime 1 negative Prämien erwartet werden, wird weiter unten behandelt.

Im Rest dieses Abschnitts beschränkt sich die Untersuchung auf die Rückwärtsoptimierung mit Regimen, die für Analysen im Zeitverlauf besser geeignet scheint. Zur sprachlichen Vereinfachung soll davon ausgegangen werden, dass die Realisierung von Regime i in der Vorperiode gemeint ist, wenn vom Herrschen eines Regime i oder vom Aufenthalt des Systems in Regiem i gesprochen wird.

Die Höhe der mittels der Rückwärtsoptimierung mit Regimen, (4.12), berechneten Risikoprämien der nächsten Periode hängt stark vom in $t - 1$ vorherrschenden Regime ab. Gemäß des Modells (4.12) nehmen die Investoren vom ersten Quartal 2005 bis inklusive des dritten Quartals 2007 an, dass an den Finanzmärkten das ruhige Regime 2

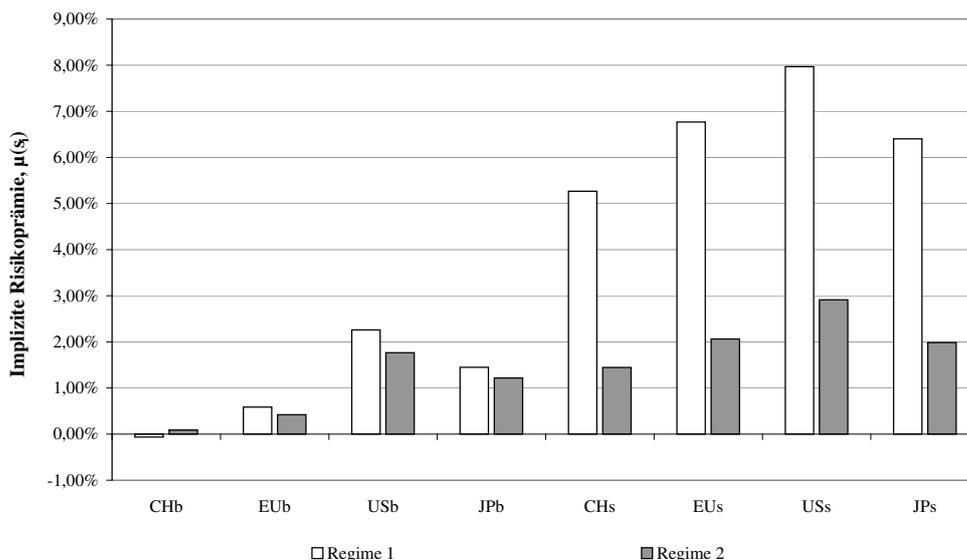


Abbildung 5.2.: Implizite Risikoprämien in Regime 1 und 2 (fixe Risikoaversion)

herrscht. Danach steigt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $P[s_t = 1 | \Phi_{t-1}]$ stark an und die Investoren gehen nun davon aus, dass sich das System in Regime 1 befindet.

Abbildung 5.3 stellt entscheidende Unterschiede, welche ein Regimewechsel für die implizite Erwartung an die nächste Periode hervorruft, dar. Für die impliziten Risikoprämien im Regime 2 können die Ergebnisse repräsentativ mit den Werten für das erste Quartal 2005 dargestellt werden, für das Regime 1 wurden die Werte des ersten Quartals 2008 als Vergleichsmaßstab herangezogen. Aufgeführt sind für beide Zeitpunkte die impliziten Erwartungen für die nächste Periode, die auf Basis der Marktportfolios *Eq/Bonds* sowie *Eq* berechnet wurden. Der zuvor beschriebene Effekt eines Wechsels von Marktportfolio *Eq* zu Marktportfolio *Eq/Bonds* ist auch hier zu beobachten.

Für beide Marktportfolios folgen für die Aktienmärkte in Regime 1 wesentlich höhere Risikoprämien als in Regime 2. Für das Marktportfolio *Eq/Bonds* beträgt der Unterschied der erwarteten Risikoprämien zwischen beiden Zeitpunkten ca. 4 Prozentpunkte. Auch im Bondbereich liegen die Prämien für Regime 1 bei europäischen, amerikanischen und japanischen Bonds über den Werten für Regime 2. Für CHF-Bonds jedoch sinken die erwarteten Risikoprämien beim Regimewechsel und werden damit ab dem vierten Quartal 2008 negativ. Dies ist durch den „Safe-Haven“-Effekt erklärbar (s. Abschnitt 4.2). Die negativen Korrelationen zu den Aktienmärkten, die in Regime 1 auf Grund der Aufwertung des Schweizer Frankens oft festzustellen sind, machen Schweizer Bonds zu einem Hedginginstrument. Dass trotz dieser für Investoren positiven Eigenschaft nur geringe Bestände an Schweizer Bonds von den Investoren gehalten werden, erklärt die Rückwärtsoptimierung mit der beschriebenen negativen Risikoprämie.

Damit ergibt sich ein bedeutender Unterschied zwischen der einfachen und der regime-

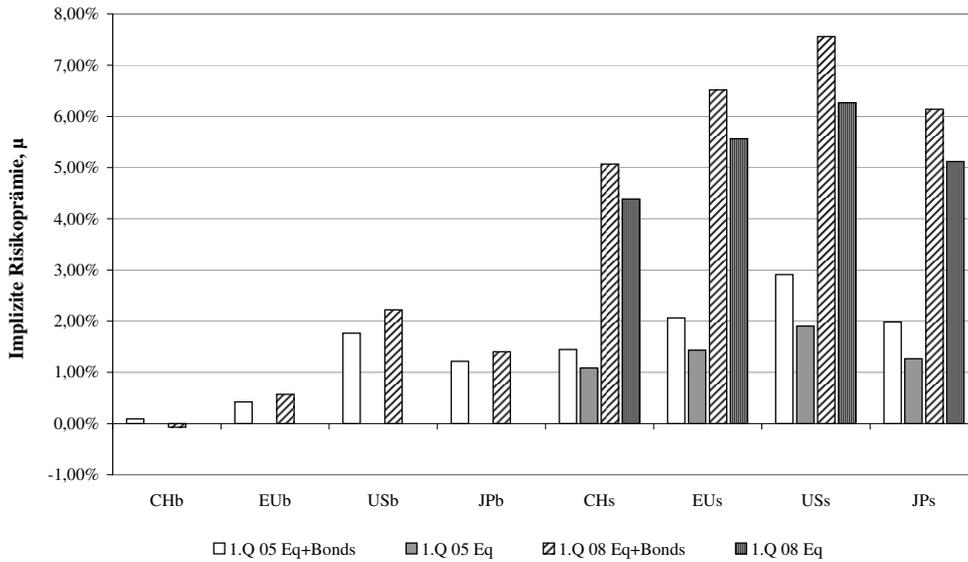


Abbildung 5.3.: Implizite Risikoprämien μ_{Reg} im Regime 1 und 2 (fixe Risikoaversion)

abhängigen Rückwärtsoptimierung. Die festgestellten Risikoprämien bei der Rückwärtsoptimierung mit Regimen liegen unter jenen der einfachen Rückwärtsoptimierung, falls sich das System in Regime 2 befindet, und stark über jenen der einfachen Rückwärtsoptimierung, falls die Finanzmärkte in Zustand 1 sind.

Die Aussagen von Abbildung 5.3 treffen analog auch auf andere Perioden zu, in denen das jeweilige Regime herrscht. Abbildung 5.4 zeigt die Entwicklung der Risikoprämien von europäischen und amerikanischen Bonds sowie Aktien zu allen 16 Quartalsanfängen (die kompletten Werte für die fehlenden Anlagekategorien finden sich in Abbildung A.5). Bis zum dritten Quartal 2007 ändern sich weder die Regime-definierenden Parameter (Kovarianzmatrizen, Übergangswahrscheinlichkeiten und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten) noch die Werte für das Marktportfolio w ausreichend, um auffallende Änderungen in den impliziten Risikoprämien hervorzubringen. Im vierten Quartal 2007 kommt es im Zuge der aufkommenden Finanzkrise zu einem Regimewechsel an den Finanzmärkten ($P[s_{4/07} = 1 | \Phi_{3/07}] = 75,68\%$). Die impliziten Prämiensteigerungen steigen mit diesem Regimewechsel wie beschrieben an und verharren bis zum Ende der Untersuchungsperiode auf diesem hohen Niveau. Verschiebungen in den weiteren Perioden sind auf leichte Veränderungen in den Kovarianzmatrizen $\Sigma(1)$ und den Übergangswahrscheinlichkeiten p und q zurückzuführen.

Beim Ansatz mit dynamischer Risikoaversion zeigt sich bei der Rückwärtsoptimierung mit Regimen ein völlig anderer Verlauf der Risikoaversion als bei der einfachen Rückwärtsoptimierung (s. Abbildung 5.5). Nach dem Regimewechsel in die volatile Marktpha-

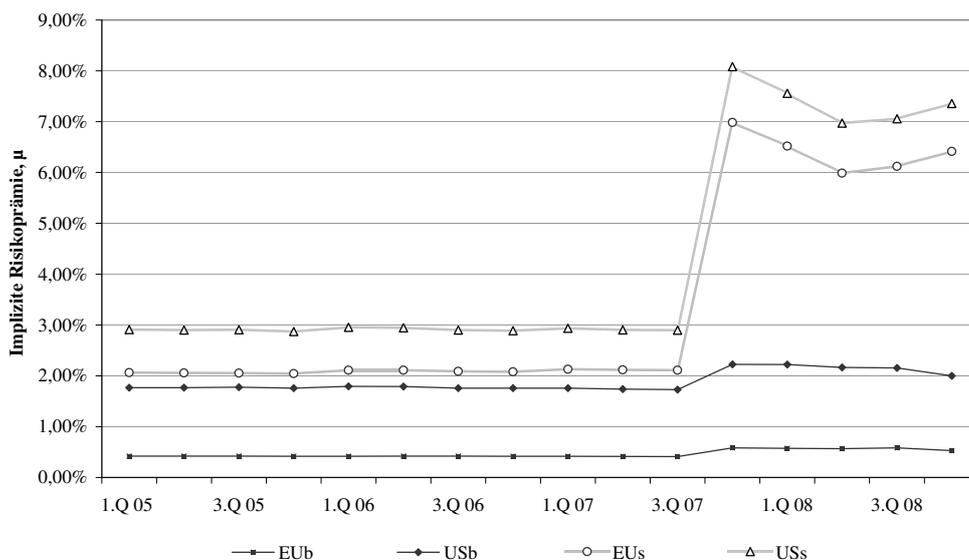


Abbildung 5.4.: Entwicklung der impl. Risikoprämien bei Rückwärtsopt. mit Regimen (fixe Risikoaversion)

se wird die Risikoaversion stark negativ. Die Risikoaversion schwankt zuvor im ruhigen Regime bei Werten zwischen 3,5 und 6,5.

Die negativen Risikoaversionsfaktoren λ ab Ende 2007 bedeuten, dass die Investoren mit dem Regimewechsel im Durchschnitt risikofreudig geworden sind. Die absolute Höhe der Risikoaversionsfaktoren ist jedoch, wie auch schon bei der einfachen Rückwärtsoptimierung, unrealistisch hoch. Damit einhergehend bewegen sich auch die impliziten Risikoprämien (bis auf jene der Schweizer Bonds) nach dem Regimewechsel im sehr hohen negativen Bereich (s. Abbildung A.5). Offensichtlich können im Modell positive Risikoprämien für Schweizer Bonds ab dem vierten Quartal 2007 nur mit einer Risikoaffinität der Investoren erklärt werden.

Sowohl die festgestellte Risikoaversion bzw. Risikoaffinität als auch die impliziten Prämien sind auf Grund der sehr hohen Negativität unrealistisch. Die Haupterklärung für die extreme Entwicklung der Risikoaversion kann wie auch bei der einfachen Rückwärtsoptimierung im Anstieg der Schweizer Credit Spreads Mitte 2007 gesehen werden. Die extremen Bewegungen, die in allen Bereichen der Finanzmärkte in dieser Zeit zu beobachten waren, schwächen tendenziell die Allgemeingültigkeit einer kurzfristigen Aussage über die Risikoaversion.

Bezüglich der Negativität von Risikoaversion und Risikoprämien kann argumentiert werden, dass es sich um ein Phänomen handelt, das nur aus der Perspektive der Referenzwährung Schweizer Franken auftritt. Wie in Abschnitt 3.1.3 beschrieben wurde, basiert die Analyse der impliziten Risikoprämien gemäß (3.17) und (4.12) auf der Annahme, dass die PPP über den gesamten Zeitraum gültig ist. Was für andere Währungen

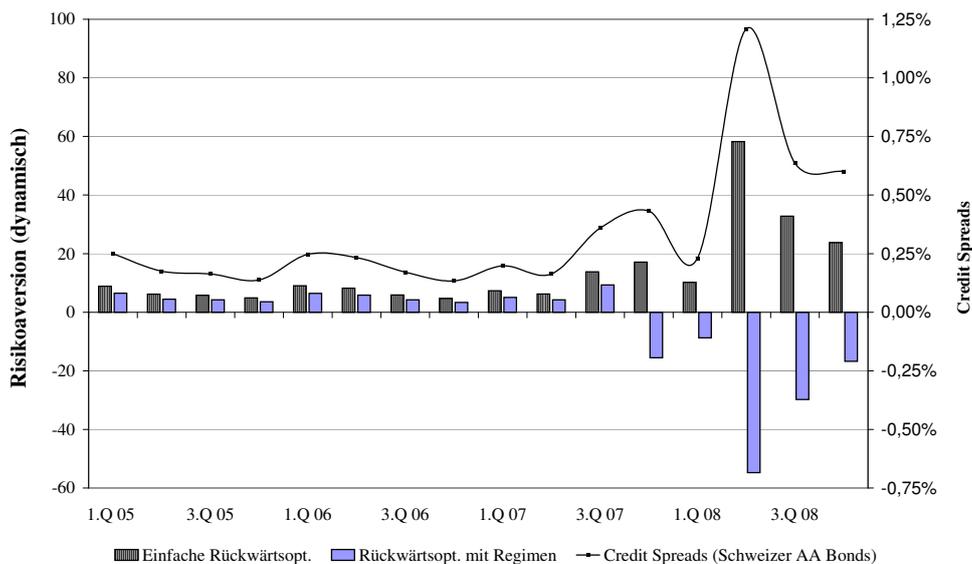


Abbildung 5.5.: Dyn. Risikoaversion und Schweizer Credit Spreads (1.Q. 05 - 4.Q. 08)

als Vereinfachung noch legitim sein kann, gilt für den Schweizer Franken in Krisenphasen wegen des „Safe Haven“-Effekts offensichtlich nicht.

5.3. Einordnung und Ausblick

Die Höhe der festgestellten Risikoprämien liegt für die einfache Rückwärtsoptimierung mit statischer Risikoaversion im Aktienbereich zwischen 2% und 4% (Marktportfolio *Eq/Bonds*) und bestätigt damit die Ergebnisse von Fama und French [20] und Claus und Thomas [12], die zu Risikoprämien in derselben Größenordnung gelangen. Der Beginn der Finanzkrise wirkt sich auf die Höhe der Werte nur schwach und verzögert aus. Wichtiger als der Untersuchungszeitpunkt ist hier die Zusammensetzung des Marktportfolios, das als Input der Rückwärtsoptimierung dient. Werden Bonds zu den risikobehafteten Anlagen gezählt, steigen die Risikoprämien bei gleichbleibender Risikoaversion signifikant an. Die oft anzutreffende Methode, das Marktportfolio nur auf Aktien zu beziehen, ist im Kontext der Rückwärtsoptimierung also keine geeignete Vereinfachung.

Durch die Berücksichtigung eines Bullen- und eines Bärenregimes an den Finanzmärkten ergeben sich zwei im Zeitverlauf relativ konstante Prämienmuster. Investoren, die sich auf der einen Seite an die Vorgaben des CAPM halten und andererseits die Regime an den Finanzmärkten wahrnehmen und ihr Handeln kurzfristig danach ausrichten, legen ihrer Anlageentscheidung implizit die gefundenen Risikoprämien zu Grunde. In ruhigen Marktphasen liegen die implizit erwarteten Risikoprämien unter jenen der einfachen Rückwärtsoptimierung. In volatilen Marktphasen hingegen liegen die Prämien mit 5% bis 7% für die verschiedenen Aktienmärkte massiv darüber.

Die Erwartung stark steigender Risikoprämien in volatilen Marktphasen deckt sich jedoch nicht mit der empirischen Beobachtung, dass der Beginn volatiler Marktphasen fast immer fallende Kurse mit sich bringt (Spremann [54]). Zwar ist es ökonomisch sinnvoll, dass die Risikoprämien während eines Tiefpunkts auf den Finanzmärkten ihr Maximum erreichen, allerdings ist es unplausibel, dass Investoren zu Beginn eines volatilen Marktregimes, also zu einem Zeitpunkt, wo große Kursverluste noch bevorstehen, sofort höhere Risikoprämien annehmen. Eine Gegenüberstellung der realen Aktienmarktrenditen und der implizit erwarteten Risikoprämien im Untersuchungszeitraum von 2005 bis 2008 bestätigt diese antizyklische Prämienvorhersage durch die Rückwärtsoptimierung mit Regimen.

Aus diesem Grund ist die Annahme einer konstanten Risikoaversion in allen Perioden bzw. Regimen zu hinterfragen. Die Risikoaversion als zeitvariabel anzunehmen, ist ein in der aktuellen Forschung häufig anzutreffender Ansatz. In dieser Arbeit wurde daher auch eine zweite Variante der Rückwärtsoptimierung mit dynamischer Risikoaversion angewendet. Die Ergebnisse der einfachen Rückwärtsoptimierung bei dynamischer Risikoaversion, lösen das Problem der steigenden erwarteten Prämien in volatilen Zeiten nicht auf, sondern verschärfen es sogar noch. Wie bereits oben beschrieben, können die extremen Effekte auf außergewöhnliche Bewegungen der Credit Spreads zurückgeführt werden.

Die Risikoaversion steigt in dieser Variante in der Krise an. Dies ist nicht nur intuitiv sinnvoll, sondern bestätigt auch die Ergebnisse der meisten Modelle zur Zeitvariabilität der Risikoaversion (z.B. Smith und Whitelaw [52]), die eine antizyklische Entwicklung der Risikoaversion gegenüber der Marktlage sehen.

Die Anwendung der dynamischen Risikoaversion führt bei Rückwärtsoptimierung mit Regimen zu komplett umgekehrten Effekten im Vergleich zur einfachen Rückwärtsoptimierung. Die Risikoaversion nimmt extrem hohe negative Werte an. Wie in Abschnitt 5.2 beschrieben ist dafür die negative Risikoprämie von Schweizer Bonds ab Ende 2007 verantwortlich. Das Ergebnis aus CHF-Perspektive beschreibt daher wahrscheinlich einen Spezialfall.

Um die genauen Entwicklungen der so adjustierten Risikoprämien und der dynamischen Risikoaversion im Fall mit Regimen zu erfassen, ist weitere Forschung notwendig. Das kann einerseits durch regimeabhängige Rückwärtsoptimierungen mit anderen Referenzwährungen als dem Schweizer Franken geschehen, andererseits durch eine Erweiterung des Modells in Bezug auf Währungsrisiken. Für Letzteres bietet sich das Modell von Litterman [31] an (s. Abschnitt 3.1.3).

Das Hauptergebnis der Untersuchung – die stark schwankenden impliziten Risikoprämien zwischen den beiden Regimen – wurde mit einem einperiodigen Modell, das Sicherheit über das jeweils realisierte Regime unterstellt, hergeleitet. Ein logischer Schritt für weitere Forschung wäre daher die regime-bezogene Untersuchung impliziter Risikoprämien unter der Annahme von Unsicherheit über das realisierte Regime und Mehrperiodigkeit in der Anlageentscheidung. Über diese Ansätze ließen sich unter Umständen die abrupten Wechsel in den implizit erwarteten Risikoprämien abmildern.

6. Zusammenfassung

Die Equity Risk Premium bleibt auf Grund ihrer theoretischen wie auch praktischen Bedeutung im Zentrum der Aufmerksamkeit von unzähligen Ökonomen. Weder die Mechanismen noch die daraus resultierende Höhe der Risikoprämien an den Finanzmärkten werden bis heute vollständig verstanden. Die noch immer bestehende Unsicherheit insbesondere über Aktienrisikoprämien lässt sich am von Mehra und Prescott [42] benannten Equity Premium Puzzle und den zahlreichen Lösungsversuchen, die seit der Feststellung des Phänomens unternommen wurden, ablesen. Dieser Bereich der Finanzmarktforschung analysiert die Frage, welcher theoretische Prozess die Aktienrisikoprämie generiert und mit welchen Spezifikationen diese in die Größenordnung der historisch-realisierten Risikoprämie gelangt.

Ein weiterer Forschungszweig sucht nach den Zahlenwerten für die Risikoprämie, die Investoren an den Finanzmärkten erwarten bzw. rationalerweise erwarten dürfen. Die Ergebnisse deuten an, dass insbesondere in den letzten 30 Jahren die realisierten Risikoprämien über den ex ante erwartbaren Prämien lagen. Dadurch wird auch die Brisanz des Equity Premium Puzzle relativiert.

Zum zweiten Fragekomplex versucht auch die vorliegende Arbeit beizutragen. Der Ansatz der impliziten Renditen oder Gleichgewichtsrenditen ist stark in der neoklassischen Finanzmarkttheorie verwurzelt. Implizite Renditen sind jene Renditen, die Investoren in einem Markt, in dem alle Teilnehmer nach den Maßgaben des Capital Asset Pricing Models handeln, annehmen müssen, um zu den gegenwärtigen Marktpreisen bzw. -kapitalisierungen zu gelangen. Diese Methode wurde in dieser Arbeit um die Berücksichtigung von Regime-Switching an den Finanzmärkten ergänzt. Damit wurden Erkenntnisse der neoklassischen Theorie, die auf Rationalität aufbaut und die Informationseffizienz postuliert, mit der eher behavioristischen Erkenntnis vom Vorliegen von Regimen an den Finanzmärkten kombiniert.

Als einfache Rückwärtsoptimierung wurde in dieser Arbeit jener Ansatz bezeichnet, in dem die Finanzmärkte mit nur einem Regime für Volatilitäten und Korrelationen beschrieben werden. Die Rückwärtsoptimierung mit Regimen berücksichtigt, dass an den Finanzmärkten ruhige und volatile Marktphasen existieren und dass Investoren dies erkennen und dementsprechend handeln.

Die wichtigsten Ergebnisse dieses Vorgehens waren:

- Im Fall der einfachen Rückwärtsoptimierung erwarten die Investoren implizit Risikoprämien zwischen 2% und 4%. Dies bestätigt in der Höhe die Ergebnisse von anderen Ansätzen zur Quantifizierung von aktuellen Aktienrisikoprämien.
- Die Neuerung mit Regimen führt dazu, dass die erwarteten Risikoprämien für Aktien während des ruhigen Regimes um ca. 50 Basispunkte unter den oben genannten

Werten liegen, während des volatilen Regimes jedoch ungefähr 300 Basispunkte darüber. Die Übergänge beim Regimewechsel sind, wahrscheinlich bedingt durch das zu Grunde gelegte Modell, relativ abrupt.

- Die Höhe der implizit erwarteten Renditen hängt für beide Rückwärtsoptimierungen stark von der Spezifikation des Marktportfolios ab. Werden Anleihen nicht als risikolose sondern risikobehaftete Anlage betrachtet, steigen die impliziten erwarteten Risikoprämien für die Aktienmärkte um jeweils ca. 100 Basispunkte.

Die Schlussfolgerung, dass die implizit erwarteten Risikoprämien für Aktien mit dem Beginn von Krisenzeiten sprunghaft ansteigen, widerspricht dem empirisch festgestellten inversen Zusammenhang zwischen Finanzmarktvolatilität und Aktienrenditen. Die Ansätze mit dynamischer Risikoaversion konnten in dieser Arbeit jedoch keine klaren Ergebnisse liefern. Deshalb sollte dieser Bereich noch tiefergehender untersucht werden.

Neuere Forschungsansätze kommen zu dem Ergebnis, dass sich die Risikoaversion an den Finanzmärkten tatsächlich marktphasenabhängig ändert. Es ist daher zu vermuten, dass die implizit erwarteten Risikoprämien mit einer Berücksichtigung von zeitvariabler Risikoaversion in Zukunft noch realitätsnäher nachgezeichnet werden könnten.

A. Daten

Historische Daten

Ø Korrelationen	CHb	EUb	USb	JPb	CHs	EUs	USs	JPs	Ø Standardabw. p.a.
CHb	1,000	0,403	0,110	0,125	0,122	0,019	-0,034	0,006	3,50%
EUb	0,403	1,000	0,289	0,205	0,196	0,330	0,219	0,110	5,68%
USb	0,110	0,289	1,000	0,395	0,290	0,408	0,660	0,283	11,87%
JPb	0,125	0,205	0,395	1,000	0,175	0,274	0,329	0,590	11,84%
CHs	0,122	0,196	0,290	0,175	1,000	0,809	0,660	0,415	16,34%
EUs	0,019	0,330	0,408	0,274	0,809	1,000	0,780	0,507	17,79%
USs	-0,034	0,219	0,660	0,329	0,660	0,780	1,000	0,452	20,28%
JPs	0,006	0,110	0,283	0,590	0,415	0,507	0,452	1,000	23,26%

Regime 1

Ø Korrelationen	CHb	EUb	USb	JPb	CHs	EUs	USs	JPs	Ø Standardabw. p.a.
CHb	1,000	0,401	0,113	0,112	-0,124	-0,186	-0,179	-0,170	3,49%
EUb	0,401	1,000	0,295	0,198	0,254	0,321	0,268	0,191	5,68%
USb	0,113	0,295	1,000	0,400	0,382	0,437	0,584	0,372	11,84%
JPb	0,112	0,198	0,400	1,000	0,196	0,239	0,281	0,487	11,85%
CHs	-0,124	0,254	0,382	0,196	1,000	0,922	0,858	0,709	24,37%
EUs	-0,186	0,321	0,437	0,239	0,922	1,000	0,917	0,756	28,79%
USs	-0,179	0,268	0,584	0,281	0,858	0,917	1,000	0,731	31,58%
JPs	-0,170	0,186	0,372	0,487	0,709	0,756	0,731	1,000	31,43%

Regime 2

Ø Korrelationen	CHb	EUb	USb	JPb	CHs	EUs	USs	JPs	Ø Standardabw. p.a.
CHb	1,000	0,401	0,113	0,112	0,202	0,088	0,062	0,062	3,49%
EUb	0,401	1,000	0,295	0,198	0,166	0,332	0,241	0,084	5,68%
USb	0,113	0,295	1,000	0,400	0,271	0,437	0,708	0,269	11,84%
JPb	0,112	0,198	0,400	1,000	0,154	0,269	0,343	0,587	11,85%
CHs	0,202	0,166	0,271	0,154	1,000	0,750	0,547	0,293	14,57%
EUs	0,088	0,332	0,437	0,269	0,750	1,000	0,713	0,361	15,07%
USs	0,062	0,241	0,708	0,343	0,547	0,713	1,000	0,306	17,50%
JPs	0,062	0,024	0,269	0,587	0,293	0,361	0,306	1,000	21,28%

Abbildung A.1.: Durchschnittliche Korrelationen und Renditestandardabweichungen

Abbildung A.2.: Ermittlung von w auf Basis von Marktkapitalisierungen

Cross-Border PF Investments

in Mrd. CHF		2005		2006		2007		2008	
Bonds*		abs.	%	abs.	%	abs.	%	abs.	%
Schweiz (CHb)		33,3	0,6%	37,2	0,6%	38,8	0,5%	33,1	0,6%
Euroraum (EUb)		1926,8	37,4%	2130,2	34,3%	2709,3	37,7%	1916,5	37,4%
USA (USb)		3225,9	62,6%	4079,0	65,7%	4482,1	62,3%	3208,7	62,6%
Japan (JPb)		207,2	4,0%	284,3	4,6%	269,3	3,7%	206,1	4,0%
Summe		5152,7	100,0%	6209,2	100,0%	7191,4	100,0%	5125,2	100,0%
Aktien**		abs.	%	abs.	%	abs.	%	abs.	%
Schweiz (CHs)		364,1	8,1%	535,5	8,8%	673,2	9,3%	362,2	8,1%
Euroraum (EUs)		1692,4	37,7%	2033,1	33,4%	2584,1	35,7%	1683,4	37,7%
USA (USs)		1691,0	37,7%	2244,6	36,9%	2650,7	36,6%	1681,9	37,7%
Japan (JPs)		737,1	16,4%	1273,9	20,9%	1331,3	18,4%	733,2	16,4%
Summe		4484,6	100,0%	6087,0	100,0%	7239,2	100,0%	4460,7	100,0%
Assetklassen*** (in Billionen CHF)		abs.	%	abs.	%	abs.	%	abs.	%
Aktien global		43	27,9%	56	30,3%	65	31,7%	74	33,0%
Bonds global (corp. + govt.)		68	44,1%	79	42,3%	84	41,3%	90	40,1%
Bankeinlagen		43	27,9%	51	27,5%	55	26,9%	60	26,9%
Summe		155	100,0%	186	100,0%	204	100,0%	223	100,0%
Gewichtungsvektoren									
$w_{CB/Bonds}$	<i>CHb</i>		0,3%		0,3%		0,2%		0,3%
	<i>EUb</i>		16,5%		14,5%		15,6%		15,0%
	<i>USb</i>		27,6%		27,8%		25,8%		25,1%
	<i>JPb</i>		1,8%		1,9%		1,5%		1,6%
$w_{CB/Eq}$	<i>CHs</i>		2,3%		2,7%		3,0%		2,7%
	<i>EUs</i>		10,5%		10,1%		11,3%		12,5%
	<i>USs</i>		10,5%		11,2%		11,6%		12,4%
	<i>JPs</i>		4,6%		6,3%		5,8%		5,4%

* Quelle: International Monetary Fund - Coordinated Portfolio Investment Survey, IMF [29]

** Quelle: International Monetary Fund - Coordinated Portfolio Investment Survey, IMF [29]

*** Quelle: McKinsey Global Institute [38]

Abbildung A.3.: Ermittlung von w auf Basis von Cross Border Portfolio Investments

Abbildung A.4.: Ergebnisse der einfachen Rückwärtsoptimierung

Abbildung A.5.: Ergebnisse der Rückwärtsoptimierung mit Regimen

B. Literaturverzeichnis

- [1] Abel, A. (1991). *The Equity Premium Puzzle*. Business Review (Federal Reserve Bank of Philadelphia), 1991(9/10), 3-14.
- [2] Abel, A. (1992). *Exact Solutions for Expected Rates of Return under Markov Regime Switching: Implications for the Equity Premium Puzzle*. Working Paper No. 4110, National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA.
- [3] Ang, A., & Bekaert, G. (2002). *International Asset Allocation With Regime Shifts*. Review of Financial Studies, 15(4), 1137-1187.
- [4] Arnott, R. & Bernstein, P. (2002). *What Risk Premium is Normal?* Financial Analysts Journal, 58(2), 64-85.
- [5] Athansoulis, S. & Shiller, R. (1997). *The Significance of the Market Portfolio*. Technical Working Paper No. 209, National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA.
- [6] Benartzi, S. & Thaler, H. (1995). *Myopic Loss Aversion and the Equity Premium Puzzle*. The Quarterly Journal of Economics, 110(1), 73-92.
- [7] Bekaert, G. & Harvey, C. (1995). *Time-Varying World Market Integration*. Journal of Finance, 50(2), 403-443.
- [8] Black, F. (1989). *Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios*. Financial Analysts Journal, 45(4), 16-23.
- [9] Black, F. (1990). *Equilibrium Exchange Rate Hedging*. Journal of Finance, 45(3), 899-907.
- [10] Black, F. & Litterman, R. (1992). *Global Portfolio Management*. Financial Analysts Journal, 48(5), 28-43.
- [11] Campbell, H., Liechty, J., Liechty, M. & Müller, P. (2004). *Portfolio Selection with Higher Moments*. Working paper No. 70. Duke University, Durham, USA.
- [12] Claus, J. & Thomas, J. (2001). *Equity Premia as Low as Three Percent? Evidence from Analysts' Earnings Forecasts for Domestic and International Stock Markets*. Journal of Finance, 56(5), 1629-1665.
- [13] Cocca, T., Volkart, R. & Schmid, S. (2006). *Equity Ownership in Switzerland 2006*. Zürich: Universität Zürich.

- [14] Cochrane, J. (2008). *Financial Markets and the Real Economy*. In R. Mehra (Ed.), Handbook of the Equity Risk Premium. Amsterdam: Elsevier.
- [15] Constantinides, G. (1990). *Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle*. Journal of Political Economy, 98(3), 519-543.
- [16] Constantinides, G., Donaldson, J. & Mehra, R. (2002). *Junior Can't Borrow: A New Perspective on the Equity Premium Puzzle*. Quarterly Journal of Economics, 02/02, 269-296.
- [17] Dimson, E., Marsh, P. & Staunton, M. (2008). *The Worldwide Equity Premium: A Smaller Premium*. In R. Mehra (Ed.), Handbook of the Equity Risk Premium. Amsterdam: Elsevier.
- [18] Drobetz, W. (2002). *Einsatz des Black-Litterman Verfahrens in der Asset Allocation*. Working Paper No. 3/02, Universität Basel, Schweiz.
- [19] Epstein, L. & Zin, S. (1991). *Substitution, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Analysis*. Journal of Political Economy, 99(2), 263-286.
- [20] Fama, E. & French, K. (2002). *The Equity Risk Premium*. The Journal of Finance, 57(2), 637-659.
- [21] Frauendorfer, K. & Siede, H. (2000). *Portfolio Selection Using Multistage Stochastic Programming*. Central European Journal of Operations Research, 7, 277-289.
- [22] French, K. & Poterba, J. (1991). *Investor Diversifikation and International Equity Marktes*. Behavioral Finance, 81(2), 222-226.
- [23] Goetzmann, W. & Ibbotson, G. (2006). *History and the Equity Risk Premium*. In W. Goetzmann & R. Ibbotson (Eds.), The Equity Risk Premium: Essays and Explorations. New York: Oxford University Press.
- [24] Hamilton, J. (1989). *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*. Econometrica, 57(2), 357-384.
- [25] Ibbotson, R. & Fall, C. (2006). *The United States Market Wealth Portfolio: Components of Capital Market Values and Returns 1948-1978*. In W. Goetzmann & R. Ibbotson (Eds.), The Equity Risk Premium: Essays and Explorations. New York: Oxford University Press.
- [26] Ibbotson, R. , Siegel, L. & Love, K. (2006). *World Wealth: U.S. and Foreign Market Values and Returns*. In W. Goetzmann & R. Ibbotson (Eds.), The Equity Risk Premium: Essays and Explorations. New York: Oxford University Press.
- [27] Ibbotson, R. & Sinquefeld, R. (2006). *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation: Year-by-Year Historical Returns (1926-1974)*. In W. Goetzmann & R. Ibbotson (Eds.),

- The Equity Risk Premium: Essays and Explorations. New York: Oxford University Press.
- [28] International Monetary Fund. (2008). *Coordinated Portfolio Investment Survey*. Washington D.C.: IMF Data and Statistics. Gefunden am 29. März 2009 unter <http://www.imf.org/external/np/sta/pi/datarsl.htm>.
- [29] Kahnemann, D. & Tversky, A. (1979). *An Analysis of Decision under Risk*. *Econometrica*, 47(2), 263-291.
- [30] Levy, H. & Levy, M. (2004). *Prospect Theory and Mean-Variance Analysis*. *The Review of Financial Studies*, 17(4), 1015-1041.
- [31] Litterman, R. (2003). *Global Equilibrium Expected Return*. In R. Litterman (Ed.), *Modern Investment Management: An Equilibrium Approach*. Hoboken, N.J. : Wiley.
- [32] Lucas Jr., R. (1978). *Asset Allocation in an Exchange Economy*. *Econometrica*, 46(6), 1429-1445.
- [33] Mankiw, G. & Zeldes, S. (1991). *The Consumption of Stockholders and Nonstockholders*. *Journal of Financial Economics*, 29(1), 97-112.
- [34] Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-92.
- [35] McGrattan, E. & Prescott, E. (2003). *Average Debt and Equity Returns: Puzzling?* *American Economic Review*, 93, 392-397.
- [36] McGrattan, E. & Prescott, E. (2005). *Taxes, regulations, and the value of U.S. and U.K. corporations*. *Review of Economic Studies*, 92, 767-796.
- [37] McKinsey Global Institute. (2008). *Mapping Global Capital Markets: Fifth Annual Report*. San Francisco: Farrel, D., Lund, S., Skau, O., Atkins, C., Mengerlinghaus, J. & Pierce, M.
- [38] Mehra, R. & Prescott, E. (2008). *The Equity Premium: ABCs*. In *Handbook of the Equity Premium* (1. Aufl., S. 1-36). Amsterdam: Elsevier.
- [39] Mehra, R. & Prescott, E. (2008). *Non-Risk-based Explanations of the Equity Premium*. In *Handbook of the Equity Premium* (1. Aufl., S. 1-36). Amsterdam: Elsevier.
- [40] Mehra, R. & Prescott, E. (2003). *The Equity Risk Premium in Retrospect*. Working Paper No. 9525, National Bureau of Economic Research, Cambridge, MA.
- [41] Mehra, R. & Prescott, E. (1985). *The Equity Risk Premium: A Solution?* *Journal of Monetary Economics*, 22, 133-136.
- [42] Mehra, R. & Prescott, E. (1985). *The Equity Risk Premium - A Puzzle*. *Journal of Monetary Economics*, 15, 145-161.

- [43] Rietz, T. (1988). *The Equity Risk Premium*. Journal of Monetary Economics, 22(1), 117-131.
- [44] Rudolf, M. (2007). *Kapitalmarkttheorie*. In *Handwörterbuch der Betriebswirtschaft* (6. Aufl., S. 876-886). Stuttgart: Schäffer-Poeschel Verlag.
- [45] Schwendener, A. (2006). *Regime-Switching Modell für die Schätzung von Marktdynamiken*. Master-Arbeit, Institut für Operations Research & Computational Finance, Universität St. Gallen, Schweiz.
- [46] Sercu, P. (1980). *A Generalization of the International Asset Pricing Model*. Revue de l'Association Française de Finance, 1(1), 91-135.
- [47] Sharpe, W. (1974). *Imputing Expected Security Returns from Portfolio Composition*. Journal of Financial & Quantitative Analysis, 9(3), 463-472.
- [48] Sharpe, W. (2007). *Expected Utility Asset Allocation*. Financial Analysts Journal, 63(5), 18-30.
- [49] Siegel, J. (1998). *Stocks for the Long Run : The Definitive Guide to Financial Market Returns and Long-Term Investment Strategies (2nd ed.)*. New York: McGraw-Hill.
- [50] Siegel, J. (1992). *The Equity Premium: Stock and Bond Returns since 1802*. Financial Analysts Journal, 1992(1/2), 28-38.
- [51] Siegel, J. & Thaler, R. (1997). *Anomalies: The Equity Premium Puzzle*. Journal of Economic Perspectives, 11(1), 191-200.
- [52] Smith, D. & Whitehall, R. (2009). *Does Risk Aversion Change Over Time?* Working Paper, Simon Fraser University, Canada.
- [53] Söderlind, P. (2006). *Lecture Notes in Finance 1*. s/bf, Universität St. Gallen, Schweiz.
- [54] Spremann, K. (2003). *Portfoliomanagement*. München: Oldenbourg Verlag.
- [55] Tesar, L. & Werner, I. (1995). *Home Bias and High Turnover*. Journal of International Money and Finance, 14(4), 467-492.
- [56] Weil, P. (1989). *The Equity Premium Puzzle and the Riskfree Rate Puzzle*. Journal of Monetary Economics, 24, 401-421.
- [57] Zagst, R. & Pöschik, M. (2008). *Inverse portfolio optimisation under constraints*. Journal of Asset Management, 9(3), 239-253.

Eigenständigkeitserklärung

Ich erkläre hiermit,

- dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung anderer als der angegebenen Hilfsmittel verfasst habe,
- dass ich sämtliche verwendeten Quellen erwähnt und gemäß den gängigen wissenschaftlichen Zitierregeln nach bestem Wissen und Gewissen korrekt zitiert habe.

St. Gallen, 14. Mai 2009

Jan Martin Rous